



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
PMC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PMC-581 – PROJETO MECÂNICO 2

## Trabalho de Formatura

**“Vibrações em Eixos de Turbinas Hidráulicas”**

**2º Semestre 2000**

9.5 (Novo Cimo)  
L.G. M.

**Formandos:**

**Leandro A. P. Bernardes**  
**Leonardo José da Silva**

**2248275**  
**2236900**

**Professor Orientador: Francisco B. Nigro**

**DEDALUS - Acervo - EPMN**



31600005961

## **Agradecimentos**

Muitas pessoas colaboraram no desenvolvimento deste Trabalho de Formatura, às quais somos muito gratos.

Agradecemos ao Professor **Francisco Emílio Baccaro Nigro**, pela orientação no desenvolvimento deste projeto e por toda a experiência transmitida a nós.

Agradecemos ao Engenheiro **Adriano Carvalho Freitas**, pelos conselhos e explicações sobre os fundamentos do projeto da Linha de Eixo para Turbinas em Hidrelétricas, aos quais somos particularmente gratos.

Agradecemos aos Engenheiros **Celso Pereira Barreto** e **Manuel Gonçalves** pelas explicações detalhadas fornecidas.

Agradecemos de maneira especial aos nossos pais que nunca deixaram de nos apoiar especialmente no período de graduação.

## Índice

1. Introdução	3
2. Principais Componentes	5
3. Estabelecimento da necessidade	7
4. Configurações do problema	8
5. Fundamentos Teóricos	10
5.1 Geral	10
5.2 Vibração Flexional	20
5.3 Vibração Torcional	72
5.4 Influência do Mancal	80
6. Desenvolvimento da Solução	88
6.1 Introdução	88
6.2 Escolha do Software	88
6.3 Elaboração do Código Computacional	89
7. Validação dos Resultados	96
7.1 Obra A	96
7.2 Obra B	98
7.3 Obra C	100
7.4 Comparação entre os resultados das três obras	102
8. Variação dos parâmetros	103
8.1 Variação da Flexibilidade dos Mancais	103
8.2 Variação da Distância entre os Mancais	106
8.3 Análise das Variações de Parâmetros	110
9. Listagem e Telas do Programa	111
10. Considerações Finais	195
11. Bibliografia	197

## **1 Introdução**

O aproveitamento pelo homem de um fluxo natural de água devido a desníveis geográficos para a realização de trabalho vem ocorrendo há séculos, desde as primeiras rodas d'água, que transformavam a energia do escoamento em trabalho de eixo.

O desenvolvimento atual do aproveitamento de recursos hídricos transforma a energia disponível em energia elétrica, para que esta possa ser transportada para os centros consumidores, muitas vezes distantes dos sítios de aproveitamento economicamente viável.

A geração hidroelétrica de energia constitui, atualmente, uma das formas mais limpas de geração, sendo que o armazenamento de energia, para consumo em épocas de maior demanda, sob a forma de energia potencial em reservatórios, possui altíssima eficiência, ao contrário de outras formas de energia disponível, ditas “limpa”, como aproveitamentos eólicos e solares.

O reservatório resultante do represamento pode ser aproveitado para os mais diversos fins, tal como atividades pesqueiras e de lazer, além de a construção da barragem pode ser acompanhada de uma eclusa, o que torna possível o aproveitamento do rio como via de transporte de reduzido custo por tonelada transportada.

Usinas hidroelétricas, por terem um tempo de “start-up” bastante reduzido, em comparação às termoelétricas, também são ideais para suprir uma faixa da demanda de energia bastante nobre, os picos de consumo, apesar de existirem também bastante usinas hidroelétricas voltadas para a geração de energia dita de base.

Apesar de terem um custo de instalação maior que as usinas termoelétricas, os custos fixos de manutenção e insumos são menores nas hidroelétricas.

O Brasil possui um potencial hidroelétrico ainda não explorado bastante grande, cerca de 40 mil MW instalados e um recurso total aproximado de cerca de 250 mil MW e com a

retomada do crescimento econômico dos últimos anos, um grande investimento nas mais variadas formas de geração de energia é necessário e está acontecendo, com o início de um novo ciclo de grande obras.

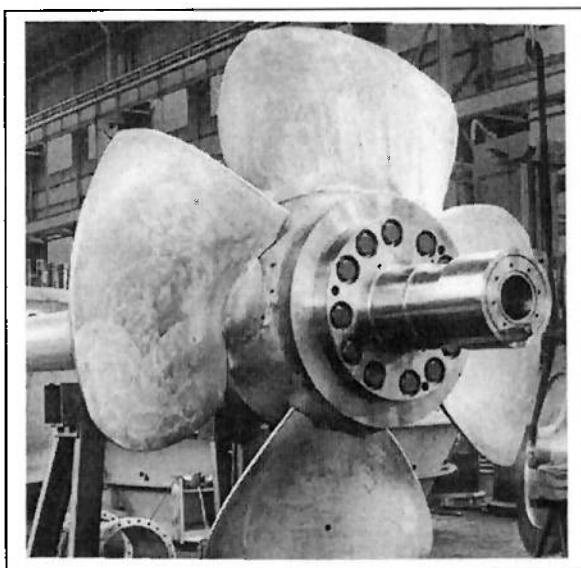
## 2 Principais Componentes

É inegável o elevado nível tecnológico envolvido tanto no projeto quanto na fabricação de usinas hidrelétricas.

O reservatório de montante é o acumulador de energia. A altura disponível para o aproveitamento é a diferença de nível entre a montante e jusante.

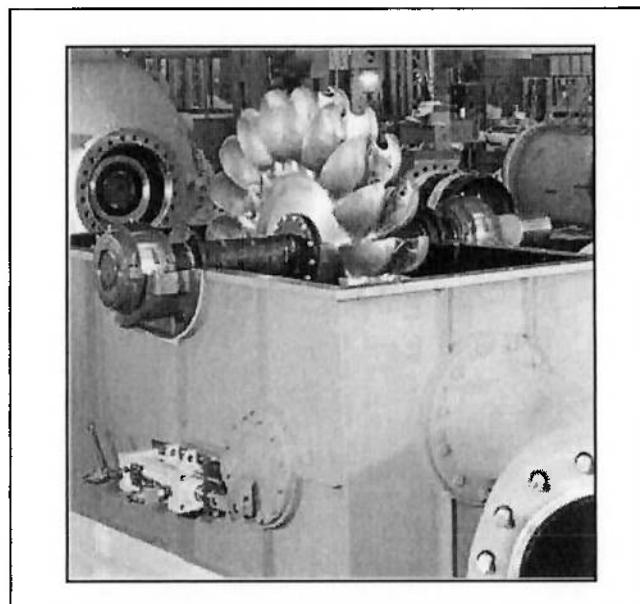
São utilizados basicamente os seguintes tipos de rotores: Pelton, Francis e Kaplan, sendo que a utilização de um ou outro depende da vazão disponível e da altura da queda.

Quando se tem grandes quedas e vazões menores (rotação específica menor) são utilizados rotores do tipo Pelton. Para quedas menores e vazões maiores que os Pelton são utilizados rotores Francis. Para grandes vazões e pequenas quedas (alta rotação específica) são utilizados rotores do tipo Kaplan.



*Figura 2.1 – Rotor tipo Kaplan*

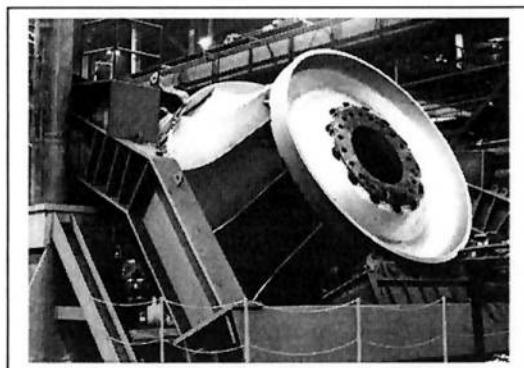
Máquinas do tipo Francis ou Kaplan possuem uma construção com diâmetro variável, a chamada Caixa Espiral, que serve para entregar ao rotor o escoamento com velocidade constante e para o carregamento ser constante.



*Figura 2.2 – Rotor tipo Pelton*

Máquinas do tipo Pelton possuem um bocal cuja finalidade é transformar a energia acumulada no fluido de trabalho sobre forma de pressão, em energia cinética que é transferida para o rotor.

Em máquinas Francis e Kaplan o controle da rotação do rotor, para evitar que a freqüência da energia elétrica oscile, é feito através das palhetas diretoras, que regulam o escoamento e consequentemente a velocidade do fluido.



*Figura 2.3 – Rotor do tipo Francis*

### **3      Estabelecimento da necessidade**

Tendo em vista sua importância é interessante tanto para o governo quanto para a população que as Usinas Hidrelétricas sejam construídas com o menor preço possível desde que as condições técnicas e de segurança sejam atendidas.

Dentre os inúmeros componentes que ajudam a aumentar o preço de uma turbina está o mancal. As turbinas Hidráulicas possuem geralmente dois ou três mancais, e é claro, sempre que possível opta-se por apenas dois mancais. Mas o que deve ser estudado para sabermos quantos mancais devemos ter?

Para obter-se esta resposta é realizado um estudo sobre a linha de eixo da Turbina analisando tanto a Freqüência Natural à Flexão quanto a Freqüência Natural à Torção.

No caso da empresa Voith Siemens Hydro Power Generation existe um programa que realiza toda essas verificações e, baseado nele, o engenheiro responsável pelo projeto opta por dois ou três mancais.

É fato que quanto menos mancais tivermos, mais barato será o custo da turbina, facilitando sua construção. Partindo disto foi proposto para nós a realização de um estudo visando entender todos os fenômenos que estão por trás do comportamento da linha de eixo. É óbvio que o programa existente é eficiente e não temos a pretensão de construir um outro programa para Voith, mas sim compreender como cada característica do processo influencia no comportamento da linha de eixo, e com isso ter condições de talvez até melhorar o programa.

## 4 Configurações do problema

Basicamente uma turbina pode apresentar as três configurações abaixo:

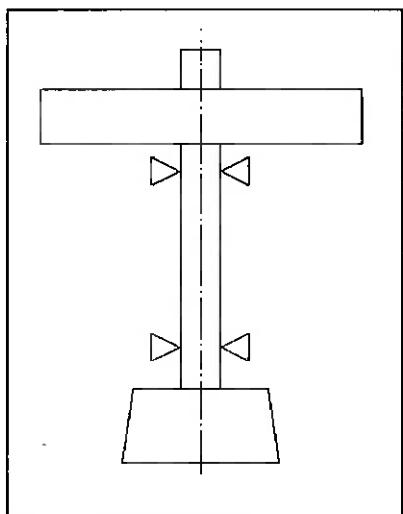


Figura 4.1

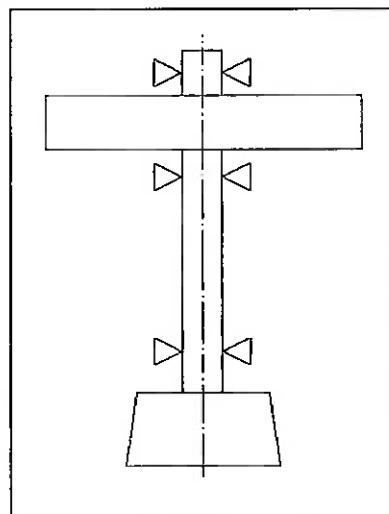


Figura 4.2

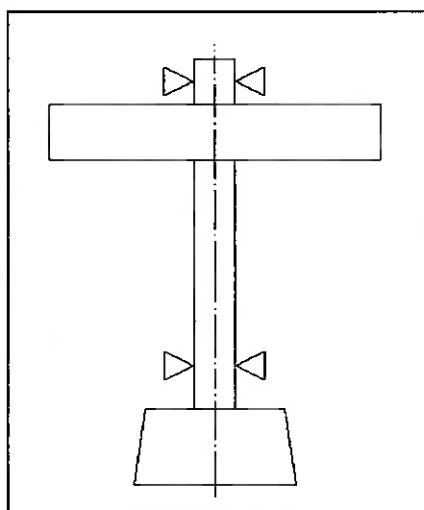


Figura 4.3

A princípio escolheremos um dos tipos acima para modelarmos. A configuração escolhida não influenciará no propósito do trabalho, já que o mesmo visa a compreensão dos fenômenos envolvidos no comportamento do eixo, e para isso é irrelevante a

configuração escolhida. Uma vez acertado o modelamento da configuração escolhida, poderemos realizar o modelamento de outras configurações.

## **5 Teoria Geral Sobre Vibrações**

### **5.1 Geral**

Devido a importância dos fenômenos vibratórios, na profissão do engenheiro mecânico, o domínio da teoria sobre este assunto por este profissional torna-se fundamental hoje em dia.

Trata-se de um tema lógico, explicável através dos princípios básicos da Mecânica e com conceitos matemáticos todos associados a fenômenos físicos o que torna muito agradável seu estudo.

A seguir colocaremos em exposição alguns temas básicos para iniciar o estudo nessa área.

### **5.1.1 Modelos Matemáticos**

As vibrações geralmente aparecem em todas as máquinas devido ao movimento de partes que oscilam, giram ou se alternam. Quando a força em uma parte individual é tal que o deslocamento do centro oscila ou reverte periodicamente em um sentido, dizemos que há vibração.

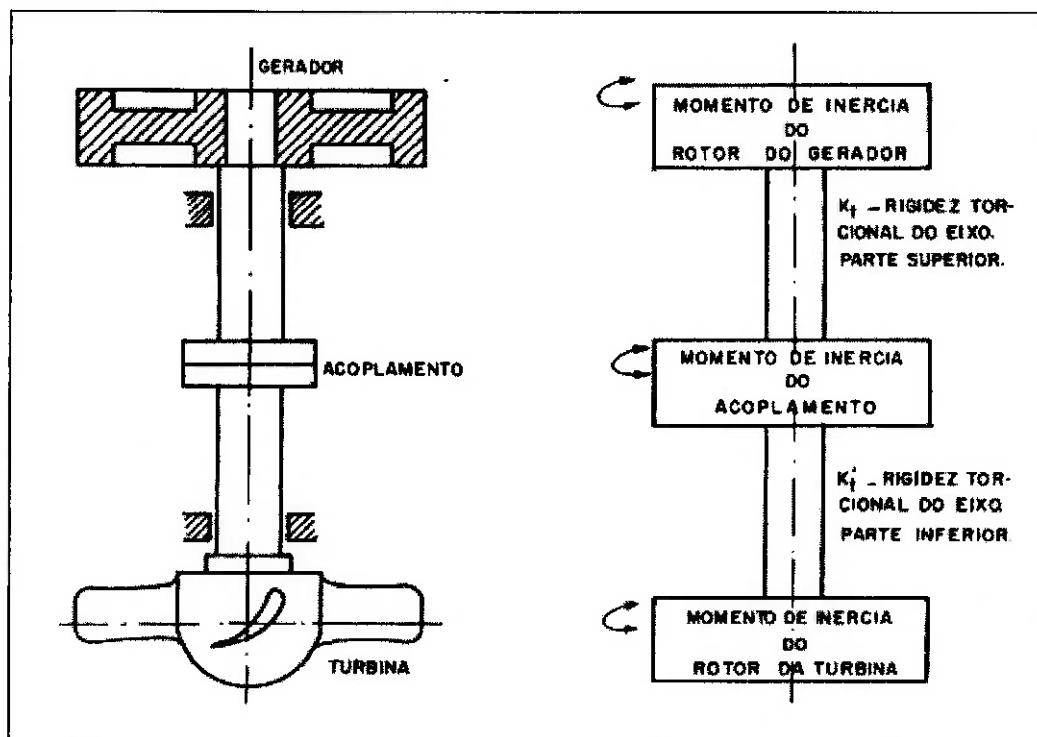
Um rotor com centro de massa no eixo de rotação periodicamente não vibra. Entretanto, se o centro de massa do rotor for ligeiramente excêntrico em relação ao eixo de rotação, ocorre a vibração. O centro de massa move-se segundo uma trajetória circular com deslocamentos coordenados, tendo movimento harmônico simples.

Geralmente as **vibrações** que ocorrem nas máquinas e estruturas são **indesejáveis**, não somente por causa dos movimentos desagradáveis, o ruído e as tensões dinâmicas, que **causam fadiga** e consequentemente falha na estrutura, mas também pelas perdas de energia e a redução na performance que acompanham as vibrações.

Por causa dos efeitos desastrosos das vibrações, deveria haver uma análise mais cuidadosa do comportamento dinâmico das estruturas na fase do projeto, quando modificações podem facilmente ser feitas no sentido de eliminar as vibrações ou reduzi-las ao máximo possível.

Modificações podem ser feitas após o estágio de projeto, ou seja nos protótipos ou primeiros exemplos de fabricação, **porém custam mais**.

Na fase de projeto do eixo e de seus elementos estruturais devem ser elaborados modelos matemáticos para o estudo das vibrações. Certamente todos os esforços, em termos financeiros, para uma melhor projeto na área de vibração, custarão menos que prováveis modificações (correções) no eixo quando este já estiver usinado e então montado na Usina Hidrelétrica.



*Figura 5.1.1 – Modelo para uma Turbina Kaplan*

Para criar um modelo analítico devemos claramente ter em mente as intenções de seu uso, ou seja, os tipos de comportamentos do sistema real que o modelo supostamente representará. No nosso caso estamos interessados em determinar o comportamento dinâmico do eixo para vibrações flexionais e torsionais.

Depois do modelo matemático ser formulado, o passo seguinte na análise dinâmica é resolver as equações diferenciais para obter a resposta dinâmica. Os dois tipos de comportamento dinâmico interessantes em aplicações estruturais são as respostas às vibrações livres e forçadas.

### 5.1.2 Elementos de Dinâmica Estrutural

A maior parte dos engenheiros, em seus projetos, se preocupam apenas com o comportamento da estrutura submetida às cargas estáticas. Entretanto é comum nos depararmos com estruturas submetidas a forças cuja amplitude varia continuamente com o tempo. É necessário então aplicar conceitos da Engenharia de Vibrações, que derivam da Dinâmica. Desse modo estaremos estudando o fenômeno responsável por fadiga e colapso de estruturas.

Podemos classificar as vibrações como **periódicas ou aperiódicas**.

As oscilações periódicas mais difundidas no campo da Dinâmica Estrutural são as harmônicas ou senoidais.

Para investigar os movimentos de vibração dos sistemas elásticos é importante saber o número de parâmetros independentes que determinam a posição do sistema em cada instante de tempo. O número de tais parâmetros é chamado número de graus de liberdade.

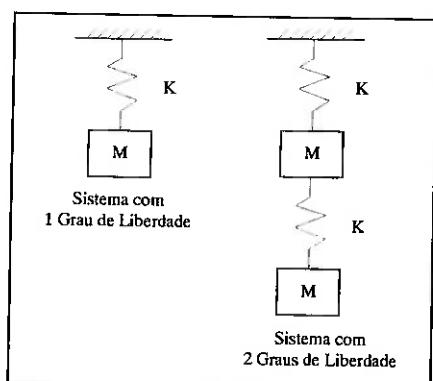


Figura 5.1.2 – Graus de Liberdade

Outra classificação para o tipo de vibração é: **Vibrações Livres e Vibrações Forçadas**.

Entende-se por *Vibrações Livres* (ou próprias) as que surgem em um sistema isento de excitações externas provocadas por deslocamento iniciais dos pontos do sistema com relação ao ponto de equilíbrio, e que continuam graças às forças internas que restabelecem

o equilíbrio. O período da vibrações ou as frequências de vibrações são características próprias do sistema dado e se denomina **frequência natural** do sistema. As vibrações livres são praticamente sempre amortecidas, ou seja, haverá sempre dissipação de energia no sistema. Na análise de Vibrações Livres de Eixos, essa dissipação de energia é geralmente desprezível.

Entende-se por *Vibrações Forçadas* de um sistema elástico aquelas que ocorrem devido à ação de forças perturbadoras ou excitadoras externas que variam periodicamente. O caráter do sistema vibratório é determinado não somente pelas propriedades do sistema, mas também pela força externa.

As vibrações forçadas ocorrem com a frequência da força excitadora e se mantém pelo trabalho realizado por esta força. Ao coincidir a frequência da força excitadora com a natural, o sistema entra no **fenômeno de ressonância** que se caracteriza por grande aumento das amplitudes de vibrações transversais do eixo, podendo causar fadiga ou colapso do sistema.

Outra divisão possível de ser observada é o modo como o eixo está vibrando, ou melhor, como ele está se deformando. Encontramos *Vibrações Longitudinais* (deformações orientadas ao longo da linha de centro do eixo), *Vibrações Transversais ou Flexionais* (deslocamento perpendiculares a linha de centro do eixo) e *Vibrações Torsionais* (deformações angulares ao longo do eixo).

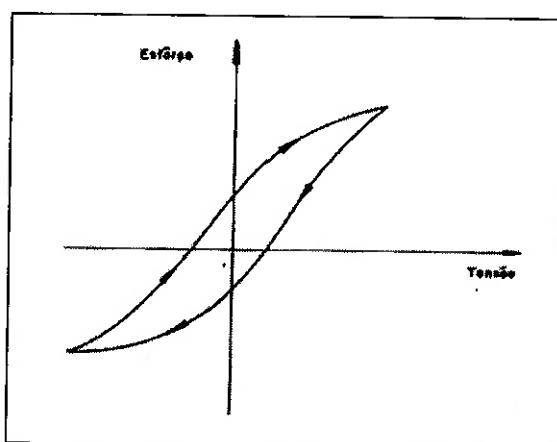
### 5.1.3 Amortecimento

O amortecimento é uma dissipação de energia de um sistema vibratório. A dissipação está relacionada, de alguma forma, com o movimento relativo entre os componentes do sistema. Se energia dissipada pelo amortecimento não for adicionada externamente ao sistema, a amplitude de vibração decresce continuamente até que o sistema pare.

Vigas e Eixos, comumente, dissipam energia, como uma consequência geral da associação de força e de tensões com a vibração. Porém, essa dissipação natural de energia é, muitas vezes, de identificação difícil.

Algumas vezes em Eixos, a energia dissipada pela histerese da estrutura interna do material envolvem as mais delicadas considerações. O diagrama típico, esforço por tensão, mostrado abaixo, apresenta setas que indicam a direção do desenvolvimento cíclico da tensão. Este diagrama representa a histerese como um nó-enlaçado e a área interna é proporcional à energia dissipada durante o ciclo. Comumente a dissipação de energia varia de forma não-linear com o esforço e é diferente de um material para outro. Esta fora dos objetivos deste estudo, entrar em detalhes no tema histerese do amortecimento.

Pretendemos utilizar no desenvolvimento das equações do movimento do eixo o **amortecimento viscoso para os mancais**, pois é o que melhor se presta a análise matemática. A força de amortecimento, por consequência, é *diretamente proporcional à velocidade da vibração*, sendo então o movimento possível de ser descrito por equações lineares.



*Figura 5.1.3 – Diagrama Típico Histerese do Amortecimento*

### 5.1.4 Vibrações Livres de Sistemas Com um Grau de Liberdade

A seguir, a título de ilustração apresentamos as equações que regem o movimento vibratório flexional mais simples que podemos encontrar.

Considerando o modelo, na figura abaixo, teremos a partir da posição de equilíbrio estático:

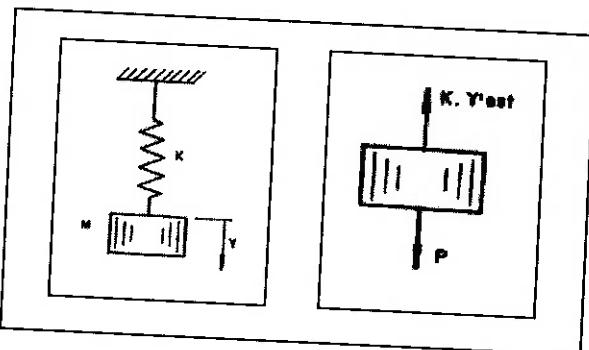


Figura 5.1.4 – Sistema Massa-Mola

$$Y_{est} = \frac{P}{K} = \frac{Mg}{K} \quad (5.1.1)$$

onde:

K – Constante de Mola ou Rígidez

$Y_{est}$  – Deflexão Estática

P – Peso do Corpo

Deslocando a massa da posição de equilíbrio , o sistema oscilará e teremos de acordo com a Segunda Lei de Newton:

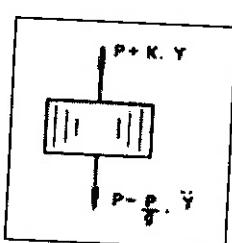


Figura 5.1.5 – Elemento Massa em Equilíbrio

$$M\ddot{Y} + KY = 0$$

ou

$$\ddot{Y} + \omega_n^2 Y = 0 \quad (5.1.2)$$

sendo:

$Y$  – o deslocamento vertical da massa a partir do equilíbrio,]

$$\ddot{Y} = \frac{d^2Y}{dt^2},$$

$t$  – o tempo,

$\omega_n$  – a frequência natural.

A solução da equação diferencial (5.1.2) é do tipo:

$$Y = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \quad (5.1.3)$$

sendo  $A$  e  $B$  as constantes de integração que dependem das condições iniciais.

A frequência angular das vibrações (número de vibrações por segundo) pode ser determinada pela equação:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{g}{Y_{est}}} \quad (5.1.4)$$

Conhecendo a frequência circular podemos determinar o período de vibração livre por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \quad (5.1.5)$$

E a frequência expressa em Hertz é determinada por:

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (5.1.6)$$

Pelas equações acima, concluímos que a *frequência natural* aumenta com o aumento da rigidez e diminui com o aumento da massa.

O movimento linear sofrido pelo corpo, em resposta às forças aplicadas, é determinado supondo a massa do corpo concentrada num centro de massa e as forças agindo sobre este centro. É prática usual, se o movimento é considerado linear, representar a massa do eixo por uma ou mais massas-partículas. Muitas vezes, o diagrama do modelo matemático é mostrado com esta representação, como na figura abaixo:

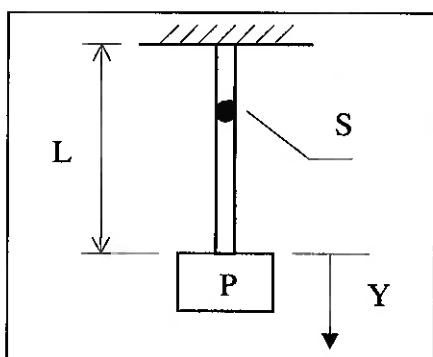


Figura 5.1.6 – Primeiro Modelo Aproximado para um Eixo

Enquanto o elemento de massa pode ser representado como uma partícula de massa, os elementos de elasticidade tomam a forma de mola, cujo modo de submissão

podem ser tanto linear como angular. Usando-se dimensões que sejam compatíveis com o movimento coordenado dos sistema, define-se mola por sua rigidez.

## 5.2 Sistemas Flexionais

### 5.2.1 Métodos Aproximados de Determinação da Frequências Naturais de Sistemas Elásticos – Velocidades Críticas de Eixos

A partir desta seção estaremos tratando do assunto que é o foco deste estudo, ou seja, determinar a velocidade crítica para o sistema Eixo da Turbina e Gerador Hidrelétricos. Trata-se de um sistema extremamente interessante devido as configurações que ele pode assumir, e como podemos alterar determinados parâmetros para mudar a faixa da velocidade crítica. Esses tópicos serão discutidos mais detalhadamente na próxima seção.

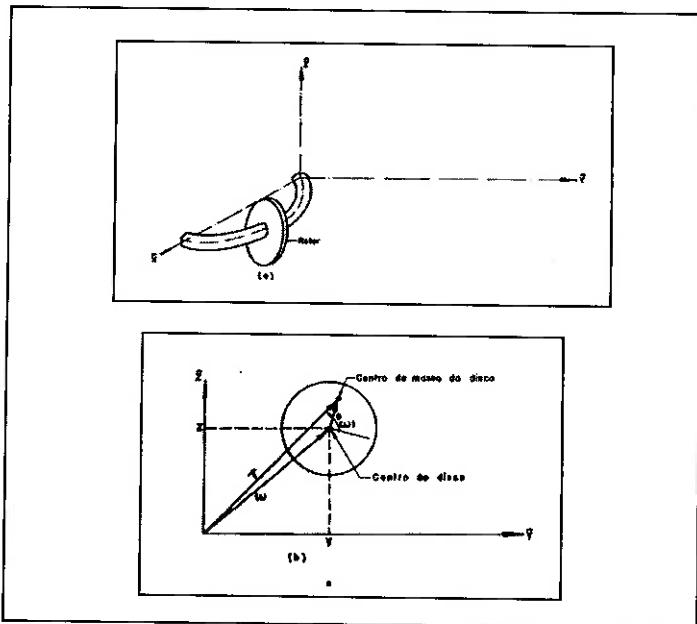


Figura 5.2.1 – Vibrações Flexionais de um Eixo

### 5.2.1.1     **Velocidade Crítica de Um Eixo**

Em geral, os rotores são classificados como *rígidos ou flexíveis*. Se os movimento são descritos completamente pelo que ocorre no centro de massa, então o rotor é dito rígido. Na análise que segue, consideraremos os rotores flexíveis.

As **velocidades críticas** correspondem às frequências ressonantes do sistema e são identificadas pelas **frequências naturais**. Se uma componente periódica da função excitadora aproxima-se de uma frequência natural do sistema, existirá uma condição ressonante. Se esta condição existir em alguma velocidade específica de trabalho do eixo, esta velocidade é chamada *velocidade crítica*.

As velocidades críticas correspondem aos autovalores das equações que definem o sistema dinâmico.

Para um sistema com um parâmetro concentrado simples (como mostrado na última figura), no qual o amortecimento externo e interno é nulo temos a velocidade natural dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

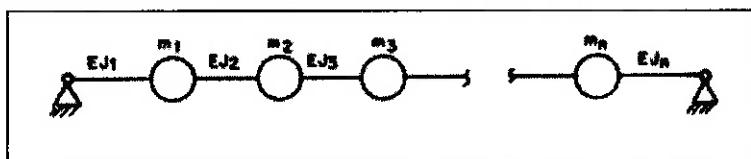
Porém se existindo atrito externo e desprezando o atrito interno, o atrito externo controlará a ressonância. Uma rápida passagem da velocidade de rotação pela velocidade crítica causará rodopios no sistema. Entretanto, se a passagem for lenta o sistema desenvolverá grandes amplitudes. Se a velocidade de rotação for igual à velocidade crítica, o rotor exibirá grandes deflexões, causando danos e até falha dos mancais devido as forças a eles transmitidas, poderá danificar também as demais estruturas adjacentes aos mancais e até danos na estrutura civil da Usina.

Em sistemas práticos, como o nosso caso, é necessários utilizar técnicas mais aprimoradas que uma análise simples de parâmetros concentrados. Para este tipo de estudo estaremos estudando técnicas como o Métodos de Rayleigh e Método das Matrizes de Transferência.

### 5.2.1.2 Método de Rayleigh

A frequência das vibrações pode ser determinada partindo do exame do balanço de energia do sistema e fazendo certas suposições com relação à deformação do sistema elástico vibrante.

Podemos utilizar o Método de Rayleigh para determinar a frequência natural das vibrações transversais de um eixo qualquer constituído por massas concentradas, conforme figura abaixo:



*Figura 5.2.2 – Eixo com Massas Concentradas*

Neste caso fazemos uma hipótese de que a energia cinética do sistema seja determinada somente pelo deslocamento transversal das massas, e que a energia potencial seja definida somente pela flexão do eixo. Supondo que as massas oscilem em fase com a mesma frequência, podemos descrever o deslocamento de uma seção do eixo com abscissa  $z$  em função do tempo mediante uma lei senoidal:

$$\psi(z, t) = Y(z) \sin(\omega t + \phi)$$

Sendo  $Y(z)$  a função que determina o modo de vibração.

A velocidade do deslocamento da massa do eixo será:

$$V(z, t) = \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} = \omega Y(z) \cos(\omega t + \phi)$$

e

$$V_{Max} = \omega Y(z)$$

O valor máximo da energia cinética para n massas é igual a:

$$EC = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} m_i \omega^2 Y_i^2 \quad (5.2.1)$$

sendo  $Y_i$  o valor da amplitude para a iésima massa concentrada.

A energia potencial máxima de deformação do eixo é dado por:

$$EP = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{EJ} dz$$

sendo o momento calculado por:

$$M = EJ \frac{d^2 Y}{dz^2}$$

substituindo vem:

$$EP = \frac{1}{2} \int_0^L EJ \left( \frac{d^2 Y}{dz^2} \right)^2 dz \quad (5.2.2)$$

Igualando os segundos membros das equações (5.2.1) e (5.2.2) (**Princípio da Conservação da Energia**), e isolando  $\omega^2$ , temos:

$$\omega_n^2 = \frac{\int_0^L EJ \left( \frac{d^2 Y}{dz^2} \right)_{Max} dz}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i Y_i^2} \quad (5.2.3)$$

Para vários trechos de comprimento  $L_i$ , com  $EJ_i$  constantes, temos:

$$\omega_n^2 = \frac{EJ_1 \int_0^{L_1} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz + EJ_2 \int_0^{L_2} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz + \dots + EJ_n \int_0^{L_n} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i Y_i^2} \quad (5.2.4)$$

No caso de distribuição contínua de massa a fórmula de Rayleigh para a determinação da frequência natural fundamental, toma o seguinte aspecto:

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i Y_i^2 = \int_0^L m Y^2 dz$$

onde:

$$m = A * \rho \left( \frac{\text{massa}}{\text{comprimento}} \right)$$

substituindo na fórmula de Rayleigh, obtemos finalmente:

$$\omega_n^2 = \frac{EJ_1 \int_0^{L_1} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz + EJ_2 \int_0^{L_2} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz + \dots + EJ_n \int_0^{L_n} \left(\frac{d^2Y}{dz^2}\right)_{Max} dz}{m \int_0^{L_1} Y^2 dz + m \int_0^{L_2} Y^2 dz + \dots + m \int_0^{L_n} Y^2 dz} \quad (5.2.5)$$

Se o modo verdadeiro de vibrar  $Y(z)$  é conhecido, a equação (5.15) calcula o valor exato da frequência natural fundamental. Entretanto a função  $Y(z)$  não é conhecida por antecipação e, com boa aproximação, utilizamos a equação da linha elástica estática.

Um eixo pode ser representado por uma série de cargas concentradas  $P_1, P_2, P_3, \dots$ , o trabalho de deformação máximo pode ser determinado pelo trabalho efetuado por estes pesos. Como uma **primeira aproximação**, pode-se usar a deflexão estática  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$ ,

dos pontos correspondentes, em cujos casos as energias cinéticas e potenciais são máximas:

$$EC_{Max} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} (P_1 Y_1^2 + P_2 Y_2^2 + \dots + P_n Y_n^2) \quad (5.2.6)$$

$$EP_{Max} = \frac{1}{2} (P_1 Y_1 + P_2 Y_2 + \dots + P_n Y_n) \quad (5.2.7)$$

Novamente, usando o princípio da conservação da energia igualando (5.2.6) e (5.2.7):

$$\omega_n^2 = g \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=n} P_i Y_i}{\sum_{i=1}^{i=n} P_i Y_i^2} \quad (5.2.8)$$

A equação de Rayleigh (5.2.8), é uma expressão muito simples e muito usual para a determinação da frequência natural fundamental de muitas configurações de rotores. A determinação da deflexão cobre a maior parte dos esforços necessário para os cálculos. As fórmulas para encontrar a flexão do eixo, para muitos casos, são encontrados em manuais e textos de Resistência dos Materiais. O método Área-Momento e outros podem ser aplicados em casos gerais.

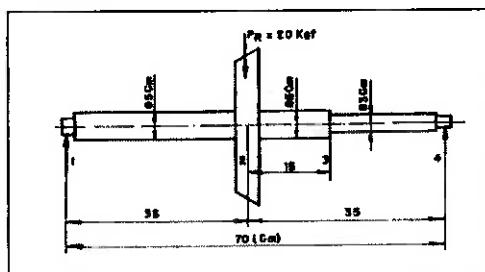
Um artifício para incluir a massa do eixo nos cálculos, é dividirmos em partes que serão tratadas como massas adicionais.

A equação (5.2.8) não é uma avaliação exata da frequência natural porque a curva das deflexões estáticas não é exatamente proporcional à curva de deflexões dinâmicas como o suposto. Entretanto, o resultado obtido excede em apenas um a dois porcento a

frequência natural fundamental real [1]. Considerando que outros fatores tais como efeitos giroscópicos durante a oscilação, dispositivos de ajuste e fixação dos componentes ao eixo, alteram levemente a velocidade crítica, a equação (5.2.8) consegue um resultado aceitável. A deflexão dos mancais pode influir muito sobre a velocidade crítica e deve ser adicionada às deflexões do eixo.

### 5.2.1.3 Método de Dunkerley

A equação (5.2.8) para velocidades críticas é difícil de ser usada para rotores como o da figura abaixo, no qual o diâmetro varia escalonadamente. O fato de J ser variável produz fórmulas de deflexão estática de complicada dedução.



*Figura 5.2.3 – Eixo com Distribuição de Massas Não Uniforme*

Nesses casos, a distribuição de massas não é uniforme. Sugere-se então usar a equação de Dunkerley.

Dunkerley encontrou que para um eixo, com cargas concentradas, a velocidade crítica pode ser calculada com boa precisão, por:

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_e^2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots \quad (5.2.9)$$

onde:

$\omega_c$  é a velocidade crítica do sistema,

$\omega_e$  é a velocidade crítica do eixo sozinho,

$\omega_1$  é a velocidade crítica de um disco (1) sobre o eixo sem peso,

$\omega_2$  é a velocidade crítica de um disco (2) sobre o eixo sem peso, etc.

Ou seja, consideramos cada seção com um determinado diâmetro, como sendo uma carga concentrada. Essas carga deverão ser colocadas nos seus respectivos centros de massas, que corresponde ao meio de seus respectivos comprimentos.

Como o eixo tem diâmetro variável, a equação de Dunkerley é aplicada pela substituição de um outro eixo de seção uniforme (fato este que reduz um pouco a precisão do método). Este eixo fictício tem um diâmetro que é a média ponderada:

$$\bar{D} = \frac{D_1 L_1 + D_2 L_2 + \dots}{L}$$

onde  $D_i$  e  $L_i$  são os respectivos diâmetros e comprimentos de cada seção do eixo e  $L$  é a somatória de todos os  $L_i$ .

Sabendo que para um eixo (sem massa), carregado com uma carga  $P$ , a frequência natural pode ser descrita por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{Kg}{P}} = \sqrt{\frac{g}{Y_{est}}} \quad (5.2.10)$$

onde  $Y_{est}$  pode ser encontrado em qualquer manual de resistência dos materiais.

### 5.2.1.4 Método de Ritz

Este método é um desenvolvimento do método de Rayleigh. Na equação da linha elástica do sistema vibratório introduzimos certos parâmetros, cujo valor se escolhe de tal maneira que a frequência fundamental seja mínima. Assim, por exemplo, sendo as oscilações do eixo transversais, a função da elástica é escolhida em forma de série:

$$Y(z) = a_1 Y_1(z) + a_2 Y_2(z) + \dots \quad (5.2.11)$$

onde cada membro tem que satisfazer as condições de contorno, e os coeficientes da série  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , são determinados a partir da condição de frequência mínima.

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \cdot \frac{\int_0^L EJ \left( \frac{d^2 Y}{dz^2} \right)^2 dz}{\int_0^L m Y^2 dz} \quad (5.2.12)$$

Ao diferenciar esta equação e dividir o resultado por  $\int_0^L m Y^2 dz$ , teremos, contando com Rayleigh:

$$\omega^2 = \frac{\int_0^L EJ \left( \frac{d^2 Y}{dz^2} \right)^2 dz}{\int_0^L m Y^2 dz} \quad (5.2.13)$$

Vem:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \int_0^L \left( EJ \left( \frac{d^2 Y}{dz^2} \right)^2 - \omega^2 m Y^2 \right) dz \quad (5.2.14)$$

O número dessas equações será tanto maior quanto forem os termos da série (5.2.11). O sistema de equações obtido é homogêneo com relação aos coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , ...,  $a_n$ .

Igualando o determinante deste sistema a zero, obteremos a equação de frequência. Este método permite a possibilidade de achar não só a frequência fundamental, mas também, os valores das frequências mais altas, mas com menor precisão.

Observação: A precisão depende do grau da série (5.2.11). Quanto maior for ele, mais próximo do valor real o método estará se aproximando.

### 5.2.1.5 Método de Galerkin

Aplicamos este método, para resolver o problema de vibrações transversais de um eixo com seção variável descritas mediante a equação diferencial:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} [EJ(z) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}] - m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5.2.15)$$

A solução da equação acima pode ser estabelecida mediante a substituição de:

$$Y = Z(z) \cdot T(t)$$

onde obteremos a equação diferencial para determinar a função deflexão  $Z(z)$ :

$$\frac{d^2}{dz^2} [EJ(z) \cdot \frac{d^2 Z}{dz^2}] - m\omega^2 Z = 0 \quad (5.2.16)$$

Segundo o método de Galerkin a curva real de deflexões expressa mediante a função  $Z(z)$  é substituída por certa função aproximadora  $\psi(z)$  que satisfaz as condições de contorno do problema. A função  $\psi(z)$  tem que ser ortogonal ao operador diferencial inicial. Com este fim, formamos a integral:

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dz^2} [EJ(z) \frac{d^2 \psi(z)}{dz^2}] - m\omega^2 \psi(z) \right\} \psi(z) dz \quad (5.2.17)$$

Daqui, em particular, pode-se obter a equação de Rayleigh.

$$\omega^2 = \frac{\int_0^L [EJ(z)\psi''(z)]''\psi(z)dz}{\int_0^L m\psi^2(z)dz} \quad (5.2.18)$$

Colocando  $\psi(z)$  em forma de série:

$$\psi(z) = a_1\psi_1(z) + a_2\psi_2(z) + \dots \quad (5.2.19)$$

Considerando cada um dos somandos  $\psi_i(z)$  como um possível deslocamento, então, ao invés de (5.2.17), obteremos a relação expressando a igualdade do trabalho virtual a zero.

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dz^2} [EJ(z) \frac{d^2\psi(z)}{dz^2}] - m\omega^2\psi(z) \right\} \psi_i(z) dz \quad (5.2.20)$$

Pode-se escrever tantas igualdades deste tipo, quanto forem os somandos da série (5.2.19).

Cada uma das equações (5.2.20) é homogênea e contém os coeficientes incógnitas  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Igualando a zero o determinante principal do sistema de equações (5.2.20) obtermos a equação de frequência e, posteriormente, a frequência natural.

## **5.2.2 Análise de Vibração Flexional de um Eixo pelo Método das Matrizes de Transferência**

O Método das Matrizes de Transferência é um processo alternativo para solucionar problemas de vibrações estruturais. Esse processo computacional compete no meio técnico-científico com o Método dos Elementos Finitos. As matrizes de transferências serão introduzidas neste texto inicialmente por meio de um sistema simples massa-mola.

### **5.2.2.1 Definições**

Antes de tudo é necessário definir três conceitos: o Sistema, o Vetor de Estado e a Matriz de Transferência.

O **Sistema** é composto de um número de elementos, molas sem massa e massas pontuais. Cada elemento está situado entre dois pontos do sistema.

O **Vetor de Estado** é uma matriz coluna que especifica os deslocamentos e forças internas em um ponto no sistema, sendo este ponto o extremo de um elemento.

E a **Matriz de Transferência** é o elemento matemático que relaciona os Vetores de Estado em dois pontos do sistema, e, geralmente os dois pontos escolhidos são aqueles que formam o extremo de um elemento.

### 5.2.2.2 Aplicação de Matrizes de Transferência para um Sistema Massa-Mola

Nesta seção formaremos as **matrizes campo e ponto** para uma mola e uma massa respectivamente. Em seguida veremos como determinar a frequência natural do sistema usando-a.

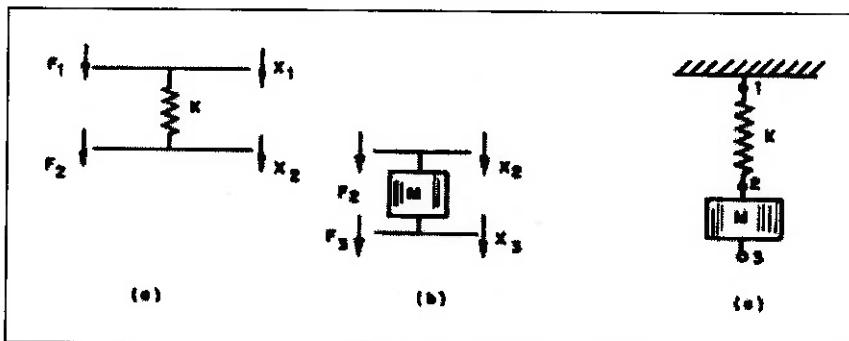


Figura 5.2.4 – Sistema Massa-Mola

Da figura 5.2.4a, as forças e os deslocamentos para os pontos 1 e 2 são relacionados como segue:

$$F_2 = F_1 \quad (5.2.21)$$

e

$$X_2 - X_1 = \frac{F_1}{K}$$

ou

$$X_2 = X_1 + \frac{F_1}{K} \quad (5.2.22)$$

Podemos arranjar as equações acima da seguinte forma:

$$X_2 = 1 * X_1 + \frac{1}{K} * F_1$$

$$F_2 = 0 * X_1 + 1 * F_1$$

ou

$$\begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_1 \quad (5.2.23)$$

Na forma compacta, escrevemos:

$$Z_2 = T_c * Z_1,$$

Assim, a **matriz campo** para uma mola com rigidez K é:

$$T_c = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.24)$$

Da figura 5.2.4b, para os pontos 2 e 3 temos as relações:

$$\begin{aligned} X_3 &= X_2 \\ F_3 - F_2 &= M\ddot{X}_2 \end{aligned} \quad (5.2.25)$$

ou

$$F_3 = F_2 - M\omega^2 X_2 \quad (5.2.26)$$

Reescrevendo, na forma matricial:

$$\begin{aligned} X_3 &= 1 * X_2 + 0 * F_2 \\ F_3 &= -M\omega^2 X_2 + 1 * F_2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -M\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_2 \quad (5.2.27)$$

Na forma compacta, escrevemos:

$$Z_3 = T_p * Z_2,$$

Assim, a **matriz ponto** para uma massa genérica é:

$$T_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -M\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.28)$$

Uma vantagem do uso de matrizes de transferência é que uma vez determinadas elas podem ser usadas quantas vezes for necessário. Todas as molas sem massas têm a mesma matriz campo, e todas as massa concentradas têm a mesma matriz ponto.

Os vetores estado e matrizes de transferência podem ser usados com grande sucesso em grandes sistemas. Um sistema pode ser modelado por uma sucessão de molas e massas ligadas para formar um sistema vibrante.

No caso do nosso exemplo, relacionando os vetores estado para os extremos do sistema, denominados 1 e 3, onde conhecemos as condições de contorno, substituindo (5.2.23) em (5.2.27), temos:

$$\begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -M\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_1$$

$$\begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ -M\omega^2 & (1 - \frac{M\omega^2}{K}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ F \end{bmatrix}_1 \quad (5.2.29)$$

Introduzindo as condições de contorno:

$$X_1 = 0 \quad (\text{o ponto 1 é fixo})$$

$$F_3 = 0 \quad (\text{o ponto 3 é livre})$$

Temos:

$$\begin{bmatrix} X \\ 0 \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ -M\omega^2 & (1 - \frac{M\omega^2}{K}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}_1 \quad (5.2.30)$$

De onde obtemos:

$$X_3 = F_1 / K \quad (\text{alongamento da mola}), \text{ e},$$

$$0 = (1 - \frac{M\omega^2}{K}) * F_1,$$

Para uma solução não trivial, vem:

$$(1 - \frac{M\omega^2}{K}) = 0$$

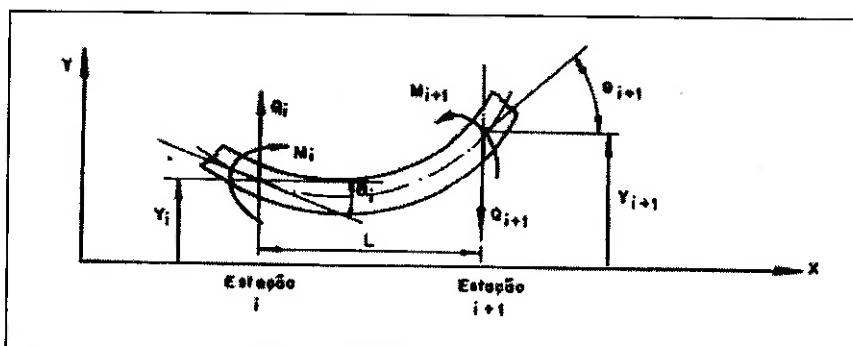
$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

Que é a relação consagrada para a frequência natural.

### 5.2.2.3 Aplicando Matrizes de Transferência em Vibrações Transversais de Eixos

Discutiremos agora o método com relação ao objetivo maior ao qual é aplicável, ou seja, **vibrações flexionais de eixos**.

No caso de um eixo é necessário mais informações do que aquelas usada no exemplo acima desenvolvido. Uma primeira consideração do problema é considerar o eixo como uma série de elementos, geralmente molas alternado de massa, como na figura abaixo.



*Figura 5.2.5 – Seção Genérica de um Eixo*

Considerando uma seção do eixo como mostrado na figura, podemos definir a condição de estado para qualquer ponto com quatro parâmetros mutuamente dependentes.

Eles são a deflexão  $Y$ , a inclinação  $\theta$ , o momento fletor  $M$  e o esforço cortante  $Q$ . Esses parâmetros definem o vetor estado para o sistema, e esse vetor é expresso convencionalmente por:

$$Z_i = \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}$$

### 5.2.2.3.1 Matriz Campo para um Elemento Mola

As equações de equilíbrio são: resolvendo verticalmente

$$Q_i = Q_{i+1}, \quad (5.2.31)$$

Tomando os elementos em relação a estação ( $i+1$ ) temos:

$$M_{i+1} = M_i + Q_i * L, \quad (5.2.32)$$

Usando a equação da Linha Elástica estudada em Resistência dos Materiais:

$$M = EI \frac{d^2y}{dx^2} = EI \frac{d\theta}{dx}$$

Como para o elemento EI é constante, podemos escrever que:

$$d\theta = \frac{M}{EI} dx$$

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} d\theta = \frac{1}{EI} \int_0^L M dx = \frac{1}{EI} \int_0^L (M_i + Q_i x) dx$$

de onde obtemos:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \frac{M_i L}{EI} + \frac{Q_i L^2}{2EI} \quad (5.2.33)$$

Temos também que:

$$dy = \theta dx$$

$$\int_n^{Y_{i+1}} dy = \int_0^L \theta dx = \int_0^L (\theta_i + \frac{M_i x}{EI} + \frac{Q_i x^2}{2EI}) dx$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \theta_i L + \frac{M_i L^2}{2EI} + \frac{Q_i L^3}{6EI} \quad (5.2.34)$$

Escrevendo (5.2.31), (5.2.32), (5.2.33) e (5.2.34) na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & L & \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{6EI} \\ 0 & 1 & \frac{L}{EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i$$

Na forma compacta:

$$Z_{i+1} = T_c * Z_i,$$

Sendo que a matriz campo  $T_c$  é dada por:

$$T_c = \begin{bmatrix} 1 & L & \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{6EI} \\ 0 & 1 & \frac{L}{EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.35)$$

### 5.2.2.3.2 Matriz Ponto para Um Elemento Massa

Tendo estabelecido os parâmetros necessários para o vetor estado, a matriz transferência para uma massa pontual pode ser obtida com o auxílio da figura abaixo:

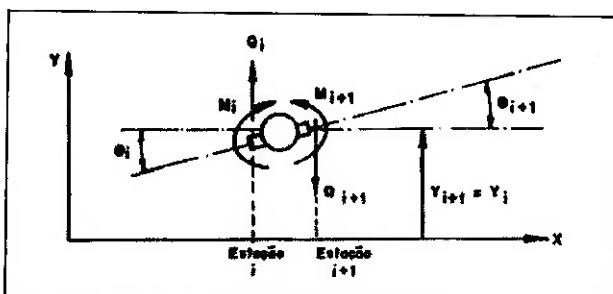


Figura 5.2.6 – Massa Pontual

As equações de equilíbrio podem ser escritas como:

$$Y_{i+1} = Y_i, \quad (5.2.36)$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i, \quad (5.2.37)$$

$$M_{i+1} = M_i, \quad (5.2.38)$$

Usando a Segunda Lei de Newton, podemos achar a relação entre os esforços cortantes:

$$Q_{i+1} - Q_i = m \ddot{Y}_i \quad & \quad m \omega^2 Y_i$$

$$\text{donde :} \quad (5.2.39)$$

$$Q_{i+1} = m \omega^2 Y_i + Q_i$$

Reagrupando (5.2.36), (5.2.37), (5.2.38) e (5.2.39) e escrevendo na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i$$

Na forma compacta:

$$Z_{i+1} = T_p * Z_i,$$

Sendo que a matriz ponto  $T_p$  é dada por:

$$T_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.40)$$

#### Observação:

A equação (5.2.40) não leva em conta o efeito da **do momento de inércia transversal**. Esse efeito é facilmente conseguido pela introdução do momento de inércia da massa na matriz ponto. Se o raio de giração de uma massa  $m'$  for  $r$ , a equação de equilíbrio torna-se então:

$$M_{i+1} = M_i - m' \omega^2 r^2 \theta_i$$

E a matriz ponto correspondente será:

$$T_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -m'\omega^2r^2 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.41)$$

#### 5.2.2.4 Aplicando Matrizes de Transferência no Cálculo de Frequências Naturais de um Eixo

O procedimento é análogo ao realizado para o sistema massa-mola. O eixo é considerado como uma série de elementos mola e massa, como mostrado na figura abaixo.

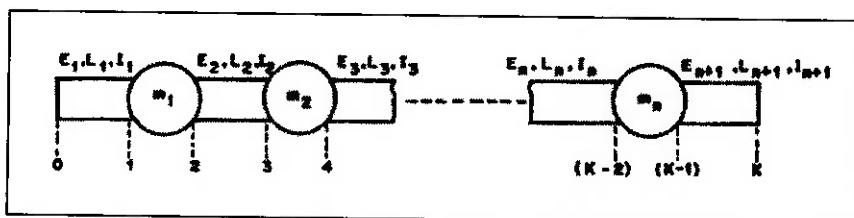


Figura 5.2.7 – Eixo Discretizado

Partindo da esquerda para a direita, podemos escrever as seguintes relações matriciais:

$$Z_1 = T_{c1} * Z_0$$

$$Z_2 = T_{p1} * Z_1$$

$$Z_3 = T_{c2} * Z_2$$

$$Z_4 = T_{p2} * Z_3$$

...

$$Z_{K-1} = T_{pn} * Z_{K-2}$$

$$Z_K = T_{c(n+1)} * Z_{K-1}$$

Substituindo em cadeia, temos:

$$Z_K = T_{c(n+1)} * T_{pn} * \dots * T_{p2} * T_{c2} * T_{p1} * T_{c1} * Z_0 \quad (5.2.42)$$

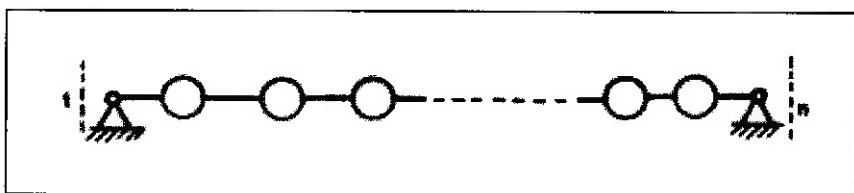
Podemos, então, reescrever:

$$Z_K = T * Z_0 \quad (5.2.43)$$

A matriz  $T$  é uma **matriz transferência total**, formada pelo produto de todas as matrizes transferências intermediárias, na ordem indicada. Devemos notar que  $T$  é uma matriz (4x4) e seus elementos são independentes das condições de contorno.

Na equação (5.2.43) todos os elementos de  $T$  são conhecidos para um  $\omega$  adotado, e todos os oito elementos dos vetores de estado são incógnitas. Então, as quatro condições de contorno (conforme os tipos de apoios) devem ser especificadas no lugar de quatro incógnitas.

Tomando como exemplo o caso de um eixo biapoiado com apoios rígidos, temos:



*Figura 5.2.8 – Eixo Bi-Apoiado*

$$Y_1 = Y_n = 0 \quad (\text{deslocamento vertical nulo})$$

$$M_1 = M_n = 0 \quad (\text{momento fletor nulo})$$

Substituindo as condições de contorno na equação (5.2.43), temos:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ Q \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ Q \end{bmatrix}_1$$

Usando a primeira e a terceira linha, podemos escrever:

$$\begin{aligned} T_{12}\theta_1 + T_{14}Q_1 &= 0 \\ T_{32}\theta_1 + T_{34}Q_1 &= 0 \end{aligned}$$

Para uma solução não trivial, devemos ter:

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} T_{12} & T_{14} \\ T_{32} & T_{34} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.2.44)$$

Este determinante será uma função de  $\omega$ , tanto que se ele for plotado em função de  $\omega$ , as frequências naturais serão aquelas onde a curva cruzar o eixo horizontal.

### 5.2.2.5 Aplicando Matrizes de Transferência no Cálculo dos Modos de vibrar de um Eixo

Considerando, agora, o problema de determinar **os modos de vibração**, usando o método das matrizes de transferência, voltemos à equação (5.2.42). Devemos observar que o vetor estado para qualquer estação sobre o eixo, de ordem  $r$ , é dado em função do vetor de estado da primeira estação pela equação:

$$Z_r = T_{p(r+1)} * T_{c(r-2)} * \dots * T_{p1} * T_{c1} * Z_1 \quad (5.2.44)$$

Para o modo desejado, a correspondente frequência é inserida nas matrizes de transferência, e os produtos parciais são calculados. Portanto, nós podemos determinar o estado completo do eixo, para a estação  $r$ , em função das variáveis de estado na estação 1. No problema de flexão de um eixo biapoiado, duas variáveis de estado para a estação 1 são indeterminadas, ou seja,  $\theta_1$  e  $Q_1$ . Estes dois valores estão relacionados pela primeira e terceira linhas do sistema acima descrito. Teremos desse modo:

$$\frac{Q_1}{\theta_1} = -\frac{T_{12}}{T_{14}} = -\frac{T_{32}}{T_{34}} \quad (5.2.45)$$

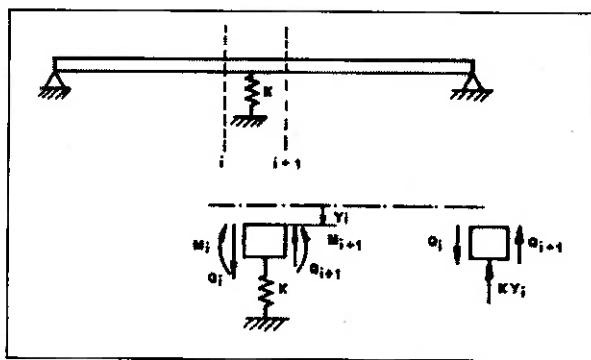
onde os  $T_s$  são calculados usando a frequência correspondente ao modo a ser determinado. Um destes estados,  $\theta_1$  por exemplo, deve ser arbitrado. Portanto, as correspondentes variáveis de estado, para todas as seções, são determinadas em função deste.

### 5.2.3 Casos Especiais de Matrizes de Transferência no Estudo de Eixos

A seguir estaremos discutindo o modelamento de alguns componentes, como por exemplo mancais rígidos/flexíveis intermediários, sistemas com rigidez variável, consideração do efeito da força cortante na linha de eixo, e outros, que consideramos importante no desenvolvimento deste trabalho.

#### 5.2.3.1 Matriz de Transferência para um Apoio Flexível

Se um eixo for suportado por três ou mais suportes, há uma mudança nos valores dos elementos do vetores estado para aqueles mancais. Observando o mancal intermediário como mostrado na figura abaixo, e, considerando uma rigidez  $K$ , podemos escrever as seguintes equações de equilíbrio:



*Figura 5.2.9 – Eixo com Apoio Intermediário Flexível*

$$Y_{i+1} = Y_i$$

$$Q_{i+1} = Q_i - KY_i$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i$$

$$M_{i+1} = M_i$$

Escrevendo então, na forma matricial obtemos:

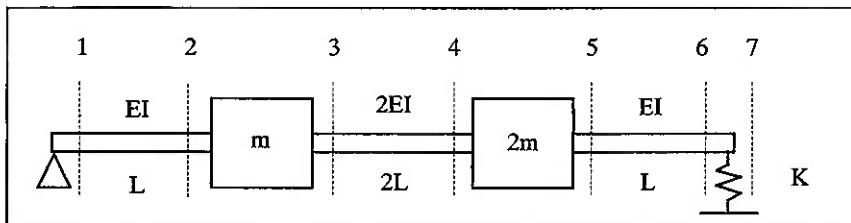
$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -K & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i \quad (5.2.46)$$

Concluímos então, que a matriz de transferência de um apoio elástico é:

$$T_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -K & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.47)$$

### 5.2.3.2 Matriz de Transferência para um Sistema com Rigidez Variável

Vamos discutir aqui, o caso de um sistema com rigidez variável, ao final vamos obter as matrizes campo e ponto para esse sistema de forma adimensional.



*Figura 5.2.10 – Sistema com Rigidez Variável*

As matrizes de transferência campo  $T_c$  e as matrizes de transferência ponto  $T_p$  podem ser escritas numa forma mais conveniente para modelos com valores diferentes de  $m$  e  $EI$ .

Designando por  $a(EI)_j$  as variações na rigidez ( $EI$ ) e por  $bL$  as variações nos comprimentos, podemos reescrever a **Matriz Campo** na sua forma adimensional da seguinte forma:

$$T_c^* = \begin{bmatrix} 1 & b & \frac{b^2}{2a} & \frac{b^3}{6a} \\ 0 & 1 & \frac{b}{a} & \frac{b^2}{2a} \\ 0 & 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.48)$$

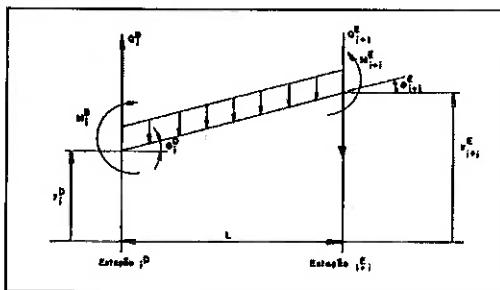
E para a **Matriz Ponto**, levando em conta que o índice  $j$  indica o elemento à esquerda da massa  $m_i$ , temos:

$$T_p^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\omega^2 L_j^3 m_i}{(EI)_j} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.49)$$

### 5.2.3.3 Matriz de Transferência para uma Massa Uniformemente Distribuída

Até aqui, todas as matrizes obtidas neste texto foram baseadas em parâmetros concentrados, ou seja, o eixo foi sempre dividido em vários elementos. Estudaremos agora uma outra opção para obter a matriz de transferência entre duas estações.

Existem aplicações, onde é mais conveniente, tratar o eixo como uma massa uniformemente distribuída. Considere a figura abaixo:



*Figura 5.2.11 - Elemento Eixo Massa Distribuída*

Partindo da deflexão mostrada, podemos escrever as seguintes relações:

$$\text{Inclinação: } \theta = \frac{dy}{dx} \quad (5.2.50)$$

$$\text{Momento Fletor: } M = EI \frac{d^2y}{dx^2} \quad (5.2.51)$$

$$\text{Esforço Cortante: } Q = \frac{dM}{dx} = EI \frac{d^3y}{dx^3} \quad (5.2.52)$$

$$\text{Variação do Esforço Cortante: } \frac{dQ}{dx} = EI \frac{d^4y}{dx^4} \quad (5.2.53)$$

Agora, se o eixo estiver vibrando, o fator que somente produz uma variação no esforço cortante ao longo do eixo é a força de inércia, devida a aceleração da massa do eixo. Esta força é, por unidade de comprimento do trecho considerado:

$$-m_d \frac{d^2y}{dx^2}$$

onde  $m_d$  é a massa por unidade de comprimento do trecho. Combinando esta equação com a equação (5.2.53) temos:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m_d \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{sendo } y = y(x,t)$$

Assumido o movimento de vibração do eixo senoidal, esta equação resolvida, utilizando as ferramentas do Cálculo Diferencial, será:

$$y = A \cdot \cos(\phi \cdot x) + B \cdot \sin(\phi \cdot x) + C \cdot \cosh(\phi \cdot x) + D \cdot \sinh(\phi \cdot x) \quad (5.2.54)$$

Onde  $\phi = \left(\frac{m_d \omega^2}{EI}\right)^{0,25}$  e A, B, C e D são constantes que dependem das condições de contorno, e  $\omega$  é a frequência natural.

Reescrevendo a equação (5.2.50) com o uso da equação (5.2.54), temos:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -A\phi \sin(\phi \cdot x) + B\phi \cos(\phi \cdot x) + C\phi \sinh(\phi \cdot x) + D\phi \cosh(\phi \cdot x) \quad (5.2.55)$$

Da mesma forma para as equações (5.2.51) e (5.2.52):

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} = -A\phi^2 \cos(\phi \cdot x) - B\phi^2 \sin(\phi \cdot x) + C\phi^2 \cosh(\phi \cdot x) + D\phi^2 \sinh(\phi \cdot x)$$

$$\frac{Q}{EI} = \frac{d^3y}{dx^3} = +A\phi^3 \sin(\phi \cdot x) - B\phi^3 \cos(\phi \cdot x) + C\phi^3 \sinh(\phi \cdot x) + D\phi^3 \cosh(\phi \cdot x)$$

(5.2.56) e (5.2.57)

Portanto na **estaçao i**, ( $x = 0$ ), os valores dos elementos do vetor estado são, usando as equações de (5.2.54) a (5.2.57):

$$y_i = (A + C)$$

$$\phi_i = \phi \cdot (B + D)$$

$$\frac{M_i}{EI} = \phi^2 \cdot (C - A)$$

$$\frac{Q_i}{EI} = \phi^3 \cdot (D - B)$$

Rearranging the equations, result:

$$A = \frac{1}{2}(y_i - \frac{M_i}{EI\phi^2})$$

$$B = \frac{1}{2}(\frac{\theta_i}{\phi} - \frac{Q_i}{EI\phi^3})$$

$$C = \frac{1}{2}(y_i + \frac{M_i}{EI\phi^2})$$

$$D = \frac{1}{2}(\frac{\theta_i}{\phi} + \frac{Q_i}{EI\phi^3})$$

Para a estação  $i+1$ , ( $x = L$ ), os vetores de estado são dados por:

$$y_{i+1} = \frac{1}{2}[y_i - \frac{M_i}{EI\phi^2}] \cos(\phi \cdot L) + \frac{1}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} - \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \sin(\phi \cdot L) + \frac{1}{2}[y_i + \frac{M_i}{EI\phi^2}] \cosh(\phi \cdot L) + \frac{1}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} + \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \sinh(\phi \cdot L)$$

$$\theta_{i+1} = -\frac{\phi}{2}[y_i - \frac{M_i}{EI\phi^2}] \sin(\phi \cdot L) + \frac{\phi}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} - \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \cos(\phi \cdot L) + \frac{\phi}{2}[y_i + \frac{M_i}{EI\phi^2}] \sinh(\phi \cdot L) + \frac{\phi}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} + \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \cosh(\phi \cdot L)$$

$$\frac{M_{i+1}}{EI} = -\frac{\phi^2}{2}[y_i - \frac{M_i}{EI\phi^2}] \cos(\phi \cdot L) - \frac{\phi^2}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} - \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \sin(\phi \cdot L) + \frac{\phi^2}{2}[y_i + \frac{M_i}{EI\phi^2}] \cosh(\phi \cdot L) + \frac{\phi^2}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} + \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \sinh(\phi \cdot L)$$

$$\frac{Q_{i+1}}{EI} = +\frac{\phi^3}{2}[y_i - \frac{M_i}{EI\phi^2}] \sin(\phi \cdot L) - \frac{\phi^3}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} - \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \cos(\phi \cdot L) + \frac{\phi^3}{2}[y_i + \frac{M_i}{EI\phi^2}] \sinh(\phi \cdot L) + \frac{\phi^3}{2}[\frac{\theta_i}{\phi} + \frac{Q_i}{EI\phi^3}] \cosh(\phi \cdot L)$$

Podemos rearranjar estas equações da seguinte forma:

$$y_{i+1} = y_i \left\{ \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)] \right\} + \theta_i \left\{ \frac{1}{2\phi} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)] \right\} + M_i \left\{ \frac{1}{2EI\phi^2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)] \right\} + Q_i \left\{ \frac{1}{2EI\phi^3} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)] \right\}$$

$$\theta_{i+1} = y_i \left\{ \frac{\phi}{2} [\sinh(\phi \cdot L) - \sin(\phi \cdot L)] \right\} + \theta_i \left\{ \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)] \right\} + M_i \left\{ \frac{1}{2EI\phi} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)] \right\} + Q_i \left\{ \frac{1}{2EI\phi^2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)] \right\}$$

$$\frac{M_{i+1}}{EI} = y_i \left\{ \frac{\phi^2}{2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)] \right\} + \theta_i \left\{ \frac{\phi}{2} [\sinh(\phi \cdot L) - \sin(\phi \cdot L)] \right\} + M_i \left\{ \frac{1}{2EI} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)] \right\} + Q_i \left\{ \frac{1}{2EI\phi} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)] \right\}$$

$$\frac{Q_{i+1}}{EI} = y_i \left\{ \frac{\phi^3}{2} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)] \right\} + \theta_i \left\{ \frac{\phi^2}{2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)] \right\} + M_i \left\{ \frac{\phi}{2EI} [\sinh(\phi \cdot L) - \sin(\phi \cdot L)] \right\} + Q_i \left\{ \frac{1}{2EI} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)] \right\}$$

Fazendo para simplificar:

$$a = \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)]$$

$$b = \frac{1}{2} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)]$$

$$c = \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)]$$

$$d = \frac{1}{2} [\sinh(\phi \cdot L) - \sin(\phi \cdot L)]$$

Podemos escrever o conjunto de equações acima obtido na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} a & \frac{b}{\phi} & \frac{c}{\phi^2 \cdot EI} & \frac{d}{\phi^3 \cdot EI} \\ \phi \cdot d & a & \frac{b}{\phi \cdot EI} & \frac{c}{\phi^2 \cdot EI} \\ \phi^2 \cdot EI \cdot c & \phi \cdot EI \cdot d & a & \frac{b}{\phi} \\ \phi^3 \cdot EI \cdot b & \phi^2 \cdot EI \cdot c & \phi \cdot d & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i \quad (5.2.58)$$

Logo, a **matriz transferência para um comprimento de eixo de massa uniformemente distribuída por unidade de comprimento** será:

$$T_d = \begin{bmatrix} a & \frac{b}{\phi} & \frac{c}{\phi^2 \cdot F} & \frac{d}{\phi^3 \cdot F} \\ \phi \cdot d & a & \frac{b}{\phi \cdot F} & \frac{c}{\phi^2 \cdot F} \\ \phi^2 \cdot F \cdot c & \phi \cdot F \cdot d & a & \frac{b}{\phi} \\ \phi^3 \cdot F \cdot b & \phi^2 \cdot F \cdot c & \phi \cdot d & a \end{bmatrix} \quad (5.2.59)$$

Onde:

$$\phi = \left( \frac{m_d \omega^2}{F} \right)^{0.25}$$

$$e$$

$$F = EI$$

A equação (5.2.58), pode ser escrita na forma compacta:

$$Z_{i+1} = T_d * Z_i \quad (5.2.60)$$

Esta matriz de transferência pode ser incluída no conjunto de matrizes transferência de um programa para calcular a matriz transferência total . Notemos que existe um ganho no tempo de computação, pois, se considerarmos um comprimento livre de árvore com carga uniformemente distribuída, podemos passar diretamente de uma seção para outra, usando somente esta matriz. Não existindo portanto necessidade de discretização.

### 5.2.3.4 Eixo em Balanço com um Apoio Intermediário Rígido

Se suportes rígidos intermediários são adicionados a um eixo contínuo, descontinuidades são introduzidas no problema e devem ser levadas em consideração.

Considerando a figura abaixo, a descontinuidade desconhecida é a reação  $Q_j$  na estação  $j$ . Nesta estação a condição de contorno correspondente a esta descontinuidade é a deflexão vertical nula.

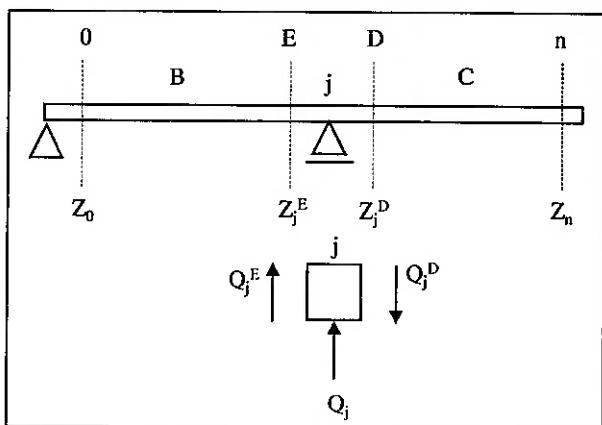


Figura 5.2.12 – Eixo em Balanço com Apoio Intermediário

Na estação zero, as condições de contorno são  $Y_0 = M_0 = 0$ . Partindo, então, da estação zero com incógnitas  $\theta_0$  e  $Q_0$  e prosseguindo ao longo do comprimento do eixo, a descontinuidade incógnita  $Q_j$  poderá ser introduzida. A expressão relacionando os vetores estado  $Z_0$  e  $Z_j^E$  é :

$$Z_j^E = B * Z_0 \quad (5.2.61)$$

Considerando as condições de contorno são  $Y_0 = M_0 = 0$ , temos:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_j^E = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ Q \end{bmatrix}_0$$

Reescrevendo:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_j^E = \begin{bmatrix} B_{12} & B_{14} \\ B_{22} & B_{24} \\ B_{32} & B_{34} \\ B_{42} & B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ Q \end{bmatrix}_0 \quad (5.2.62)$$

Na estação  $j$  pelo uso do diagrama de corpo livre, a seguinte expressão pode ser escrita:

$$Q_j^D = Q_j^E + Q_j \quad (5.2.63)$$

Onde  $Q_j$  é a **reação dinâmica** na estação  $j$  que causa uma descontinuidade no esforço cortante. Então, o vetor contendo todas as incógnitas é:

$$\begin{bmatrix} \theta_0 \\ Q_0 \\ Q_j \end{bmatrix}$$

Uma relação entre os vetores estado  $Z_0$  e  $Z_j^D$ , pode ser escrita como:

$$Z_j^D = T_{Apoio} * Z_j^E$$

$$Z_j^D = T_{Apoio} * B * Z_0$$

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_j^E = T_{Apoio} * \begin{bmatrix} B_{12} & B_{14} \\ B_{22} & B_{24} \\ B_{32} & B_{34} \\ B_{42} & B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ Q \end{bmatrix}_0 \quad (5.2.64)$$

Ao passar pelo apoio todas as variáveis permanecem constantes, somente a reação de apoio  $Q_j$  deverá aparecer pois ela representa a descontinuidade dos esforços cortantes. Para introduzirmos a reação  $Q_j$  na equação (5.2.64), introduziremos na quarta linha da matriz transferência B uma quantidade unitária. Este conjunto permitirá a transferência direta da estação zero para a direita da estação j. Na estação j, a deflexão  $Y_j = 0$ , é nula. Podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_j^D = \begin{bmatrix} B_{12} & B_{14} & 0 \\ B_{22} & B_{24} & 0 \\ B_{32} & B_{34} & 0 \\ B_{42} & B_{44} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ Q_0 \\ Q_j \end{bmatrix} \quad (5.2.65)$$

De onde:

$$\begin{aligned} Y_j^D &= B_{12}\theta_0 + B_{14}Q_0 \\ \text{ou} \\ 0 &= B_{12}\theta_0 + B_{14}Q_0 \end{aligned} \quad (5.2.66)$$

Em seguida, para transferir para a estação n, é necessário multiplicar a matriz B pela C.

$$D = B \cdot C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{12} & B_{14} & 0 \\ B_{22} & B_{24} & 0 \\ B_{32} & B_{34} & 0 \\ B_{42} & B_{44} & 1 \end{bmatrix}$$

Ou:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} \end{bmatrix} \quad (5.2.67)$$

Notemos que D é uma matriz conhecida. Isto completa o processo. Então, a relação entre os vetores estado  $Z_0$  e  $Z_n$  é:

$$\begin{bmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ Q_0 \\ Q_j \end{bmatrix} \quad (5.2.68)$$

Para o caso em estudo, na estação n, as condições de contorno são:

$$Q_n = M_n = 0$$

Substituindo em (5.2.68), vem:

$$D_{31}\theta_0 + D_{32}Q_0 + D_{33}Q_j = 0 \quad (5.2.69) \text{ e } (5.2.70)$$

$$D_{41}\theta_0 + D_{42}Q_0 + D_{43}Q_j = 0$$

As equações (5.2.66), (5.2.69) e (5.2.70) formam o sistema:

$$\begin{aligned} B_{12}\theta_0 + B_{14}Q_0 + 0 * Q_j &= 0 \\ D_{31}\theta_0 + D_{32}Q_0 + D_{33}Q_j &= 0 \quad (5.2.71) \\ D_{41}\theta_0 + D_{42}Q_0 + D_{43}Q_j &= 0 \end{aligned}$$

Que é um sistema homogêneo e para termos uma solução não trivial:

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} B_{12} & B_{14} & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \\ D_{41} & D_{43} & D_{43} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.2.72)$$

Os elementos deste determinante envolvem as frequências naturais  $\omega$  do sistema.

Calculando-se os valores de  $\omega$  os correspondentes modos de vibrar podem ser encontrados da maneira usual.

A equação (5.2.72) envolve a solução de um determinante de terceira ordem. O caso usual de um eixo é a solução de um determinante de segunda ordem. A razão para esta mudança é a descontinuidade no cisalhamento introduzida pela reação  $Q_j$  na estação  $j$ . Se

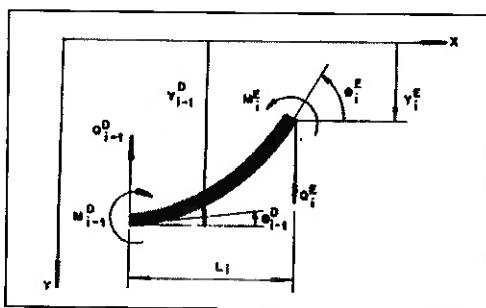
uma descontinuidade adicional for introduzida, um determinante de quarta ordem é obtido. E assim sucessivamente, para cada descontinuidade extra.

## 5.2.4 Tópicos Avançados no Estudo De Matrizes De Transferência De Eixos

Apresentamos, aqui, neste estudo, alguns tópicos que consideramos mais avançados no assunto vibração de eixo. O efeito do esforço cisalhante deve ser considerado em eixos curtos com grandes cargas aplicadas.

### 5.2.4.1 Matriz Transferência para Vibrações Flexionais de um Eixo, Incluindo Efeitos de Cisalhamento e Inércia de Rotação

Considerando o elemento de eixo mostrado na próxima figura, e, equacionando o problema de vibração flexional levando em consideração os efeitos da deflexão devido ao cisalhamento e inércia de rotação, definimos um elemento com comprimento  $L_i$  com as seguintes propriedades constantes neste comprimento: área da seção reta  $A$ , momento de inércia da área sobre o eixo z é  $J_z$ , massa por unidade de comprimento  $\mu$ , e raio de giração sobre o eixo z,  $i_z$ .

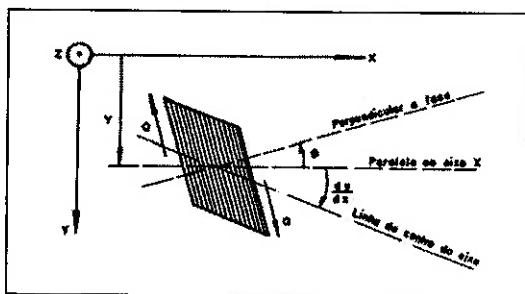


*Figura 5.2.13 – Elemento de Eixo com Efeito de Cisalhamento*

A inclinação  $\frac{dy}{dx}$  da linha de centro do eixo é afetada pelos momentos fletores e cisalhamento. A ação do momento fletor gira a face da seção reta através de um ângulo  $\theta$ , e

a ação da linha de centro dotada da inclinação  $\frac{dy}{dx}$ , sendo que a face do eixo permanece inalterada.

Podemos visualizar este efeito na figura abaixo, quando usamos a analogia de um pacote de cartões, onde a face do pacote é tomada como sendo a face do eixo. Primeiramente giramos o pacote de um ângulo  $\theta$ , e então deslizamos os cartões, uns sobre os outros, como na ação cisalhante, tal que a linha de centro seja mudada sem qualquer rotação dos cartões.



*Figura 5.2.14 – Efeito da Cortante na Linha de Centro do Elemento*

A figura mostra que este ângulo é igual a  $\frac{dy}{dx} + \theta$ . A relação entre este ângulo e a força é dada por:

$$Q = G \cdot A_s \left( \frac{dy}{dx} + \theta \right) \quad (5.2.73)$$

onde  $G \cdot A_s = \frac{GA}{K_s}$  é a rigidez ao cisalhamento,  $K_s$  é um fator de forma que depende da forma da seção reta. Portanto, a rigidez ao cisalhamento do elemento definimos como:

$$C = G \cdot A_s$$

A relação usual de deflexão para um eixo é:

$$M = EJ_z \frac{d\theta}{dx} = F \frac{d\theta}{dx} \quad (5.2.74)$$

E das condições de equilíbrio visualizada na figura abaixo, nos fornecem as equações:

$$\frac{dM}{dx} = Q - \mu \cdot i_z^2 \cdot \omega^2 \cdot \theta \quad (5.2.75)$$

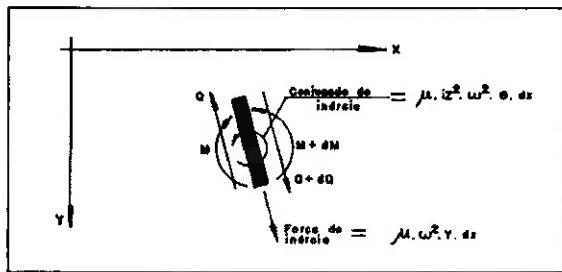


Figura 5.2.15 – Esforços na Seção do Eixo

**Observação:** Esta figura mostra que cada seção reta gira de um ângulo  $\theta$  e que o conjugado de inércia é  $(\mu \cdot i_z^2 \cdot \omega^2 \cdot \theta \cdot dx)$

$$\frac{dQ}{dx} = -\mu \omega^2 y \quad (5.2.76)$$

Tomando a derivada da equação (5.2.73) com relação a  $x$  e substituindo nas equações (5.2.74) e (5.2.76), temos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{\mu\omega^2}{C}y + \frac{M}{F} = 0 \quad (5.2.77)$$

Da mesma forma, tomado a derivada da equação (5.2.75) e substituindo em (5.2.74) e (5.2.75):

$$\frac{d^2M}{dx^2} + \frac{\mu \cdot i_z^2 \cdot \omega^2}{F} M + \mu \cdot \omega^2 \cdot y = 0 \quad (5.2.78)$$

Eliminando M dessas equações, nós obtemos a equação diferencial para Y:

$$\frac{d^4Y}{dx^4} + \frac{\mu\omega^2}{F} \left( \frac{F}{C} + i_z^2 \right) \frac{d^2Y}{dx^2} - \frac{\mu\omega^2}{F} \left( 1 - \frac{\mu \cdot \omega^2 \cdot i_z^2}{C} \right) Y = 0 \quad (5.2.79)$$

Usando a seguinte substituição de variáveis:

$$\rho = \frac{\mu\omega^2}{C} L^2$$

$$\tau = \frac{\mu \cdot i_z^2 \cdot \omega^2}{F} L^2$$

$$\beta^4 = \frac{\mu \cdot \omega^2}{F} L^4$$

Temos a nova forma para a equação (5.2.79):

$$\frac{d^4Y}{dx^4} + \frac{\rho + \tau}{L^2} \frac{d^2Y}{dx^2} - \frac{\beta^4 - \rho \cdot \tau}{L^4} Y = 0 \quad (5.2.80)$$

Esta será a equação para determinar a matriz de transferência. Do cálculo diferencial podemos obter as raízes da equação característica:

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}(\rho - \tau)^2} \pm \frac{1}{2}(\rho + \tau)} \quad (5.2.81)$$

E a solução pode ser escrita na forma:

$$Y = C_1 \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + C_2 \sinh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + C_3 \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) + C_4 \sin(\lambda_2 \frac{x}{L})$$

Assumindo que a solução para todas as quatro variáveis independentes é da mesma forma, devemos partir por conveniência com a solução de Q:

$$Q = A_1 \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + A_2 \sinh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + A_3 \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) + A_4 \sin(\lambda_2 \frac{x}{L}) \quad (5.2.82)$$

Da equação (5.2.76), encontramos a deflexão Y:

$$Y = -\frac{L^4}{\beta^4 F} [A_1 \frac{\lambda_1}{L} \sinh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + A_2 \frac{\lambda_1}{L} \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) - A_3 \frac{\lambda_2}{L} \sin(\lambda_2 \frac{x}{L}) + A_4 \frac{\lambda_2}{L} \cos(\lambda_2 \frac{x}{L})] \quad (5.2.83)$$

Usando a equação (5.2.73), obtemos a expressão para θ:

$$\theta = \frac{L^2}{\beta^4 F} \{ (\rho + \lambda_1^2) [A_1 \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) + A_2 \sinh(\lambda_1 \frac{x}{L})] + (\rho - \lambda_2^2) [A_3 \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) + A_4 \sin(\lambda_2 \frac{x}{L})] \} \quad (5.2.84)$$

E, finalmente, partindo da equação (5.2.74), encontramos uma expressão para o momento M:

$$M = \frac{L^2}{\beta^4} \{ (\rho + \lambda_1^2) \frac{\lambda_1}{L} [A_1 \operatorname{senh}(\lambda_1 \frac{x}{L}) + A_2 \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L})] - (\rho - \lambda_2^2) \frac{\lambda_2}{L} [A_3 \operatorname{sen}(\lambda_2 \frac{x}{L}) - A_4 \cos(\lambda_2 \frac{x}{L})] \} \quad (5.2.85)$$

Todas essas equações podem ser escritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} \frac{L^3 \lambda_1}{\beta^4 F} \operatorname{senh}(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \frac{L^3 \lambda_1}{\beta^4 F} \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) & -\frac{L^3 \lambda_2}{\beta^4 F} \operatorname{sen}(\lambda_2 \frac{x}{L}) & \frac{L^3 \lambda_2}{\beta^4 F} \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) \\ \frac{L^2(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4 F} \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \frac{L^2(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4 F} \operatorname{senh}(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \frac{L^2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4 F} \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) & \frac{L^2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4 F} \operatorname{sen}(\lambda_2 \frac{x}{L}) \\ \frac{L\lambda_1(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4} \operatorname{senh}(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \frac{L\lambda_1(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4} \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) & -\frac{L\lambda_2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4} \operatorname{sen}(\lambda_2 \frac{x}{L}) & \frac{L\lambda_2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4} \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) \\ \cosh(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \operatorname{senh}(\lambda_1 \frac{x}{L}) & \cos(\lambda_2 \frac{x}{L}) & \operatorname{sen}(\lambda_2 \frac{x}{L}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \quad (5.2.86)$$

ou

$$Z(x) = B(x)A \quad (5.2.86a)$$

No ponto  $x = 0$ , nós temos  $Z(x) = Z_{i-1}$ , e a equação matricial torna-se:

$$\begin{bmatrix} -Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{L^3 \lambda_1}{\beta^4 F} & 0 & \frac{L^3 \lambda_2}{\beta^4 F} \\ \frac{L^2(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4 F} & 0 & \frac{L^2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4 F} & 0 \\ 0 & \frac{L\lambda_1(\rho + \lambda_1^2)}{\beta^4} & 0 & \frac{L\lambda_2(\rho - \lambda_2^2)}{\beta^4} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \quad (5.2.87)$$

ou  $Z_{i-1} = B(0)A$ ,

Portanto resolvendo para o vetor coluna A, vem:

$$A = B(0)^{-1} * Z_{i-1} \quad (5.2.88)$$

Substituindo (5.2.88) em (5.2.86a), temos:

$$Z(x) = B(x) * B(0)^{-1} * Z_{i-1}$$

Fazendo ( $x = L$ ),  $Z(x) = Z_i$ , temos:

$$Z_i = B(L) * B(0)^{-1} * Z_{i-1} = U_i * Z_{i-1}$$

Neste caso a inversão de  $B(0)$  é fácil por causa da equação (5.2.87), calculando obtemos:

$$B(0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \beta^4 \Lambda \frac{F}{L^2} & 0 & \Lambda_2 \\ \beta^4 \frac{\Lambda_2 F}{\lambda_1 L^3} & 0 & \frac{\beta^4 \Lambda}{\lambda_1 L} & 0 \\ 0 & -\beta^4 \Lambda \frac{F}{L^2} & 0 & \Lambda_1 \\ \beta^4 \frac{\Lambda_1 F}{\lambda_2 L^3} & 0 & -\frac{\beta^4 \Lambda}{\lambda_2 L} & 0 \end{bmatrix}$$

Onde as seguintes relações foram feitas:

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$$

$$\Lambda_1 = \frac{\rho + \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \quad (5.2.88)$$

$$\Lambda_2 = \frac{\lambda_2^2 - \rho}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$$

E usada as seguintes propriedades:

$$\Lambda_1 + \Lambda_2 = 1 \quad (5.2.88a)$$

$$\Lambda_1 \Lambda_2 = \Lambda^2 \beta^4$$

A operação matricial  $B(L) * B(0)^{-1}$  nos fornece a matriz transferência final:

$$\begin{bmatrix} -Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} C_0 - \rho C_2 & L(C_1 - (\rho - \tau C_3)) & \frac{L^2}{F} \frac{C_2}{\beta^4 F} [-\rho C_1 + (\beta^4 + \rho^2) C_3] \\ \frac{\beta^4}{L} C_3 & C_0 - \tau C_2 & L \frac{(C_1 - \tau C_3)}{F} \\ \frac{\beta^4}{L^2} F C_2 & \frac{F}{L} [-\tau C_1 + (\beta^4 - \tau^2 C_3)] & C_0 - \tau C_2 \\ \frac{\beta^4 F}{L^3} (C_1 - \rho C_3) & \beta^4 \frac{F}{L^2} C_2 & \frac{\beta^4}{L} C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{t-1} \quad (5.2.89)$$

onde:

$$C_0 = \Lambda(\lambda_2^2 \cosh \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2)$$

$$C_1 = \Lambda\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \sin \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \sin \lambda_2\right) \quad (5.2.90)$$

$$C_2 = \Lambda(\cosh \lambda_1 - \cos \lambda_2)$$

$$C_3 = \Lambda\left(\frac{\sin \lambda_1}{\lambda_1} - \frac{\sin \lambda_2}{\lambda_2}\right)$$

## 5.3 Vibração Torcional

### 5.3.1 Introdução

Um sistema vibratório que consta de um disco maciço ligado rigidamente ao extremo inferior de uma barra, conforme a próxima figura, também é exemplo de um sistema com um grau de liberdade. Aplicando um torque inicial no disco e liberando-o para vibrar livremente, teremos nesse caso vibrações livres torsionais de um eixo com um disco.

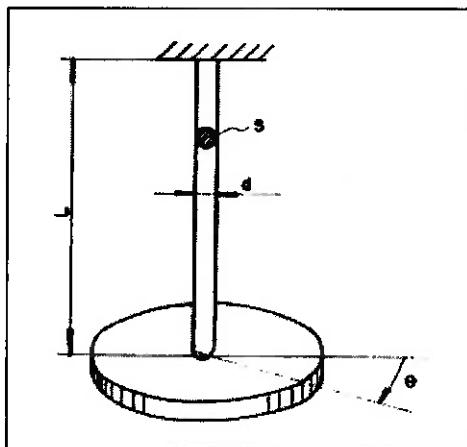


Figura 5.3.1

Designando a rigidez do eixo à torção por  $K_t$ :

$$K_t = \frac{GJ_p}{L} = \frac{G\pi d^4}{32L} \quad (5.3.1)$$

sendo:

$G$  – Módulo de Elasticidade Transversal do eixo,

$d$  – Diâmetro do eixo,

$L$  – Comprimento do eixo,

$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$  - Momento de Inércia Polar do eixo.

Usando novamente a Segunda Lei de Newton, obtemos:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + K_t \theta = 0 \quad (5.3.2)$$

Definindo:

$$\omega_n^2 = \frac{K_t}{J} \quad (5.3.3)$$

rescrevemos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_n^2 \theta = 0 \quad (5.3.4)$$

A solução da equação diferencial (5.3.4) é do tipo:

$$\theta = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \quad (5.3.5)$$

sendo A e B as constantes de integração que dependem das condições iniciais.

Todos os corpos rígidos tais como volantes, partes de acoplamento, podem ser considerados como discos rígidos, cujo momento de inércia pode ser determinado facilmente. Acoplamentos flexíveis e eixos considerados “finos”, podem ser considerados como elementos “sem massa”. Quando o diâmetro do eixo não é tão pequeno e seu momento de inércia não pode ser ignorado como no caso de Turbinas nós temos duas alternativas. A primeira é dividir o eixo em um grande numero de regiões e substituir cada região por um disco rígido com a massa o momento de inércia correspondente, permanecendo o restante do eixo como um elemento “sem massa”. A outra alternativa é considerar uma inércia distribuída entre as seções onde o diâmetro é grande e a inércia não pode ser ignorada.

### 5.3.2 Análise por Matriz de Transferência para Vibrações Livres

Para entendermos o método vamos considerar o modelo de uma turbina-gerador representada na figura 5.3.2 com  $n$  número de elementos. A representação do modelo de sistema contínuo está na figura 5.3.3.

O  $i$ -ésimo elemento é mostrado na figura 5.3.3, com as notações que serão usadas abaixo.

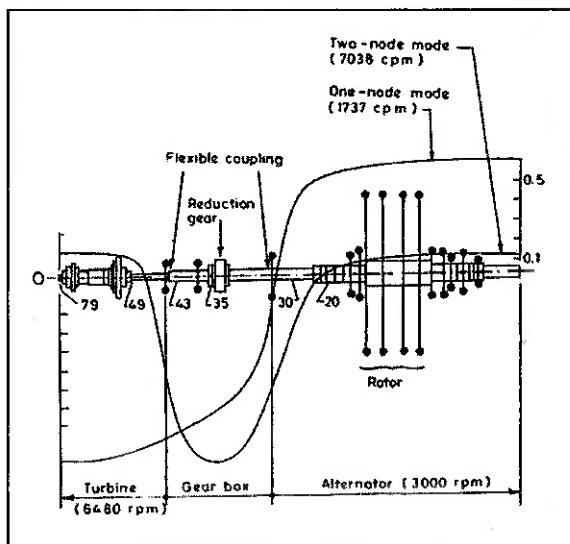


Figura 5.3.2

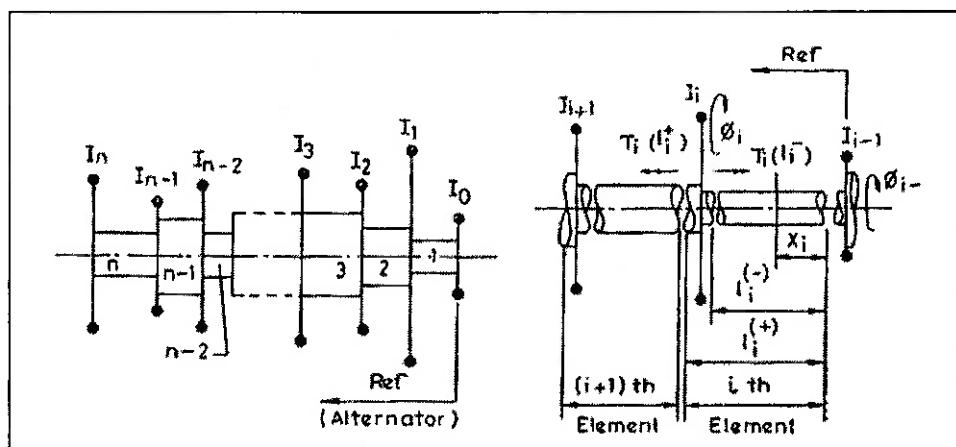


Figura 5.3.3

A equação diferencial para os elementos do eixo são:

$$\rho J_i \ddot{\phi}_i - GJ_i \dot{\phi}_i = 0; \quad i=1,2..n \quad (5.3.6)$$

Onde  $\rho$  é a densidade,  $J$  é o momento polar da  $i$ -ésima parte,  $G$  é o módulo de rigidez,  $\phi$  é o ângulo de torção e  $\cdot$  representam a derivada parcial em relação à coordenada  $x$  e ao tempo  $t$ , respectivamente.

A solução da equação 5.3.6 para vibração livre é  $\phi_i(x_i, t) = \phi_i(x_i) \sin(\omega_i t)$  onde

$$\phi_i(x_i) = A_i \sin \lambda_i x_i + B_i \cos \lambda_i x_i \quad (5.3.7)$$

e  $\lambda$  um valor não dimensional da freqüência natural,  $p$ , dada por,

$$\lambda = p \sqrt{\frac{\rho}{G}}. \quad (5.3.8)$$

Para  $x_i=0$ , temos :  $\phi_i(x_i=0)=\phi_i(0)$

$$T_i(x_i=0)=GJ\phi_i'(0)=T_i(0) \quad (5.3.9)$$

onde  $T$  é o torque no eixo.

Usando as equações 5.3.9 e 5.3.7 nós obtemos:

$$B_i = \phi_i(0)$$

$$A_i = \frac{T_i(0)}{GJ_i \lambda_i} \quad (5.3.10)$$

Desta forma temos:

$$\phi_i(x_i) = \phi_i(0) \cos \lambda_i x_i + \frac{T_i(0)}{GJ_i \lambda_i} \sin \lambda_i x_i \quad (5.3.11)$$

$$T_i(x_i) = -GJ_i \lambda_i \phi_i(0) \sin \lambda_i x_i + T_i(0) \cos \lambda_i x_i \quad (5.3.12)$$

Substituindo  $x_i = l_i$ , a equação 5.3.11 torna-se:

$$\phi_i = \cos \lambda_i l_i \phi_{i-1} + \frac{\sin \lambda_i l_i}{GJ_i \lambda_i} T_{i-1} \quad (5.3.13)$$

De maneira similar a equação 5.3.12 torna-se

$$T_i(l_i^-) = -GJ_i \lambda_i \sin \lambda_i l_i \phi_{i-1} + \cos \lambda_i l_i T_{i-1} \quad (5.3.14)$$

Da figura 5.3.3 nós notamos que:

$$T_i(l_i^+) = T_i = T_i(l_i^-) - p^2 l_i \phi_i \quad (5.3.15)$$

onde  $l_i$  é inércia da região i.

Com o auxílio das equações 5.3.13 e 5.3.14 a equação 5.3.15 torna-se:

$$T_i = -(GJ_i \lambda_i \sin \lambda_i + p^2 l_i \cos \lambda_i l_i) \phi_{i-1} + \left( \cos \lambda_i l_i - \frac{p^2 l_i \sin \lambda_i l_i}{GJ_i \lambda_i} \right) T_{i-1} \quad (5.3.16)$$

As equações 5.3.13 e 5.3.16 podem ser combinadas para formar a seguinte equação com matriz de transferência para o i-ésimo elemento:

$$\{S\}_i = [T]_i \{S\}_{i-1} \quad (5.3.17)$$

onde  $\{S\}$  é o vetor de estado definido por

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} \phi \\ T \end{Bmatrix} \quad (5.3.18)$$

e  $[T]$  é a matriz de transferência dada por :

$$[T]_i = \begin{bmatrix} \cos \lambda l & \frac{\sin \lambda l}{GJ \lambda} \\ -(p^2 I \cos \lambda l + GJ \lambda \sin \lambda l) & \left( \cos \lambda l - \frac{p^2 I \sin \lambda l}{GJ \lambda} \right) \end{bmatrix}_i \quad (5.3.19)$$

Para um sistema discreto, isto é, sem inércia distribuída, o eixo é “sem massa” e sendo sua flexibilidade K, a matriz acima torna-se:

$$[T]_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{K} \\ -p^2 I & 1 - \frac{p^2 I}{K} \end{bmatrix} \quad (5.3.20)$$

O procedimento para determinar a freqüência natural e os modos de vibrar está descrito a seguir. Começando do elemento 1, nós podemos aplicar a equação 5.3.17 repetidas vezes para obter o seguinte:

$$\begin{aligned}\{S\}_1 &= [T]_1 \{S\}_0 \\ \{S\}_2 &= [T]_2 \{S\}_1 = [T]_2 [T]_1 \{S\}_0 \\ &\dots \\ \{S\}_n &= [U] \{S\}_0\end{aligned}$$

ou seja,

$$\{S\}_n = [U] \{S\}_0 \quad (5.3.21)$$

Na equação acima  $[U]$  é a matriz de transferência global do sistema. A equação 5.3.21 pode ser expandida da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ T \end{Bmatrix}_n = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ T \end{Bmatrix} \quad (5.3.22)$$

Como  $T_n$  e  $T_0$  nas extremidades valem zero, nós podemos concluir da equação acima que:

$$u_{21}=0 \quad (5.3.23)$$

A condição acima será satisfeita se p nas equações 5.3.19 e 5.3.20 for a freqüência natural. Para determinar esta freqüência natural, nós podemos adotar o seguinte procedimento: assume-se um valor para a freqüência natural ( $p$ ), a matriz de transferência para cada elemento é conseguida e o produto indicado na equação 5.3.21 é feito para obter a matriz de transferência global da equação 5.3.22. Se o elemento  $u_{21}$  for 0 , de acordo com a equação 5.3.23, significa que o valor escolhido é a freqüência natural. Se  $u_{21}$  não for zero, então  $p$  é alterado, e isto é feito até conseguirmos  $u_{21} = 0$ . Pode-se adotar a técnica de procura de raízes a fim de facilitar nosso trabalho. Substitui-se então o valor da freqüência natural ( $p$ ) na equação 5.3.21 com  $\phi_0=1$  e  $T_0=0$  e dessa forma obtém-se o modo de vibrar.

### **5.3.3 Sistema Discreto Equivalente**

Para alguns tipos de análises, como a resposta transiente a uma excitação de torque, por exemplo, é conveniente reduzir o modelo de sistema contínuo considerado antes em um sistema discreto equivalente com um número menor de rotores. Para obter tal modelo os momentos de inércia de massas fixadas e de elemento do eixo são resumidas entre dois pontos nodais e fixados em locais correspondentes ao centro de gravidade. A rigidez aproximada ( $K_j$ ), dos eixos entre estes locais de massa é então calculada, para que se obtenha um modelo discreto dinamicamente equivalente ao contínuo. Para sistemas discretos temos a seguinte equação:

$$[M]\ddot{\phi} + [K]\phi = 0 \quad (5.3.24)$$

A equação 5.3.24 reduz-se para o problema dado:

$$\{[K] - p^2[M]\} * [\phi] = 0 \quad (5.3.25)$$

de onde nós podemos determinar as freqüências naturais e os modos de vibrar do sistema discreto com as massas  $m_i$  e aproximar a rigidez. Denotaremos  $p_i^*$  com o correspondente modo de vibrar  $\{\phi^*\}_i$ . No  $i$ -ésimo modo, a energia potencial do sistema discreto é ( $N$ - número de rotores no sistema discreto):

$$V_i = \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{2} K_j (\phi_j - \phi_{j+1})_i^2 \quad (5.3.26)$$

A expressão para a energia cinética é dada por:

$$T_i = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j (\phi_j^2)_i p_i^2 \quad (5.3.27)$$

Como em modos normais, a energia cinética e potencial são iguais, nós temos:

$$\sum_{j=1}^{N-1} k_j (\phi_j - \phi_{j+1})_i^2 = p_i^2 \sum_{j=1}^N m_j (\phi_j^2)_i ; i=2,3,\dots,N \quad (5.3.28)$$

No sistema de equações acima, nós substituímos exatamente  $p_i$  e  $m_i$  e o vetor aproximado do modo de vibrar  $\{\phi^*\}_i$  para calcular a flexibilidade modificada. Com essa flexibilidade modificada, nós retornamos para a equação 5.3.25 e repetimos o processo até nós alcançarmos a rigidez com a precisão desejada.

## 5.4 A Influência do Mancal

### 5.4.1 Introdução

O filme de óleo presente no mancal que separa as superfícies que estão em movimento possuem uma grande importância no comportamento dinâmico do rotor, já que age como se fosse uma mola e um amortecedor ao efeito da pressão do óleo. A flexibilidade e o amortecimento, propriedades do filme de óleo, alteram significamente o comportamento das velocidades críticas.

### 5.4.2 Características Hidrodinâmicas do Mancal

Considere um rotor operando num mancal hidrodinâmico como o mostrado na figura 5.4.1, tem-se para esse mancal a seguinte equação de Reynolds:

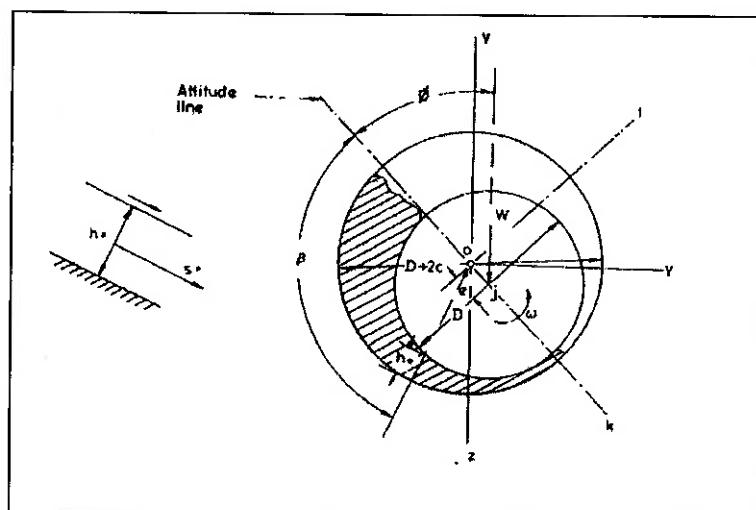


Figura 5.4.1

$$\frac{\partial}{\partial s^*} \left[ \frac{\rho h^{*3}}{\mu} \frac{\partial p^*}{\partial s^*} \right] + \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\rho h^{*3}}{\mu} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right] = 6U \frac{\partial}{\partial s^*} (\rho h^*) \quad (5.4.1)$$

onde:

$\rho$  é a densidade do fluido, que será cancelado se o mancal estiver operando sobre condições de incompressibilidade

$\mu$  - viscosidade do lubrificante

$x^*$  - coordenada axial

$p^*$  - pressão do filme de óleo

Não faz parte do escopo deste trabalho obter a solução para a equação acima , mas discutir as soluções obtidas, para extendê-las à análise das vibrações em rotores. Os seguintes parâmetros adimensionais serão usados:

$$h = \frac{h^*}{C} \quad X = \frac{x^*}{L} \quad p = \frac{p^*}{\mu N} \left\{ \frac{C}{R} \right\}^2 \quad (5.4.2)$$

onde L é o comprimento do mancal.

Escrevendo  $\partial s^* = R\partial\beta$  a equação de Reynolds torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial\beta} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial\beta} \right] + \left\{ \frac{R}{L} \right\}^2 \frac{\partial}{\partial X} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right] = 12 \left[ \frac{\partial h}{\partial\beta} \right] \quad (5.4.3)$$

Vamos restringir nosso estudo para um mancal cilíndrico liso , o filme de óleo fica:

$$h = 1 + \varepsilon \cos \beta \quad (5.4.4)$$

onde  $\varepsilon$  é o raio de excentricidade:

$$\varepsilon = \frac{e}{C} \quad (5.4.5)$$

Dessa forma a equação de Reynolds torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial\beta} \left[ (1 + \varepsilon \cos \beta)^3 \frac{\partial p}{\partial\beta} \right] + \left\{ \frac{R}{L} \right\}^2 \frac{\partial}{\partial X} \left[ (1 + \varepsilon \cos \beta)^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right] = -12\pi\varepsilon \sin \beta \quad (5.4.6)$$

Para um mancal infinitamente longo ( $L/D \gg 1$ ) temos:

$$\frac{\partial p}{\partial X} \approx 0 \quad (5.4.7)$$

Para um mancal infinitamente pequeno ( $L/D \ll 1$ ) temos:

$$\frac{\partial p}{\partial \beta} \approx 0 \quad (5.4.8)$$

Para um mancal finito, soluções numéricas usando diferença finita, ou elementos finitos, são necessários para determinar a pressão  $p$  como função de  $\beta$  e/ou  $X$ . Então

$$p_k = \frac{1}{2} \iint p \cos \beta d\beta dX$$

$$p_l = \frac{1}{2} \iint p \sin \beta d\beta dX$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{p_l}{p_k} \quad (5.4.9)$$

A pressão principal na área projetada do mancal é:

$$p^* = \frac{W}{2RL} \quad (5.4.10)$$

De forma adimensional temos:

$$p_m = \frac{p^*}{\mu N} \left\{ \frac{C}{R} \right\}^2 = \frac{W}{DL\mu N} \left\{ \frac{C}{R} \right\}^2 \quad (5.4.11)$$

O carregamento adimensional do mancal é definido normalmente pelo número de Sommerfeld, que é:

$$S = \frac{1}{p_m} = \frac{\mu DLN}{W} \left\{ \frac{R}{C} \right\}^2 \quad (5.4.12)$$

Um valor maior de  $S$  indica um mancal carregado mais levemente com uma alta velocidade de rotação.

A figura 5.4.2 é um gráfico  $S \times \varepsilon$ , e através dele consegue-se obter a excentricidade ( $\varepsilon$ ) e com a ajuda do gráfico 5.4.3 pode-se achar o ângulo  $\phi$  (veja a figura 5.4.3).

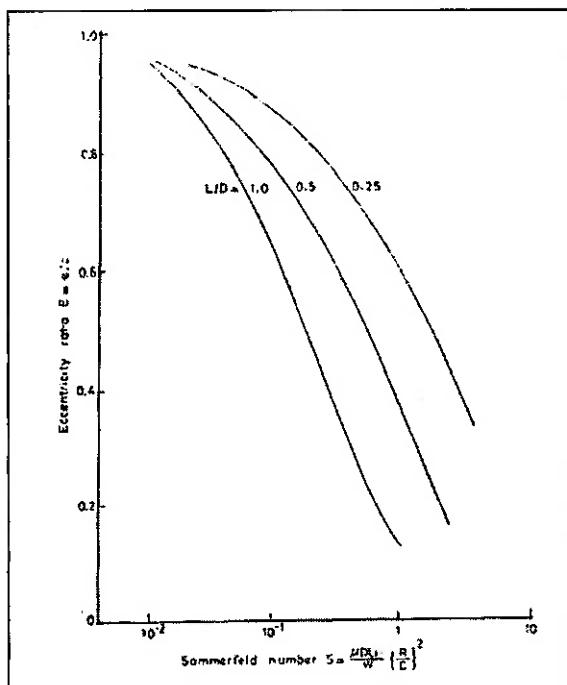


Figura 5.4.2

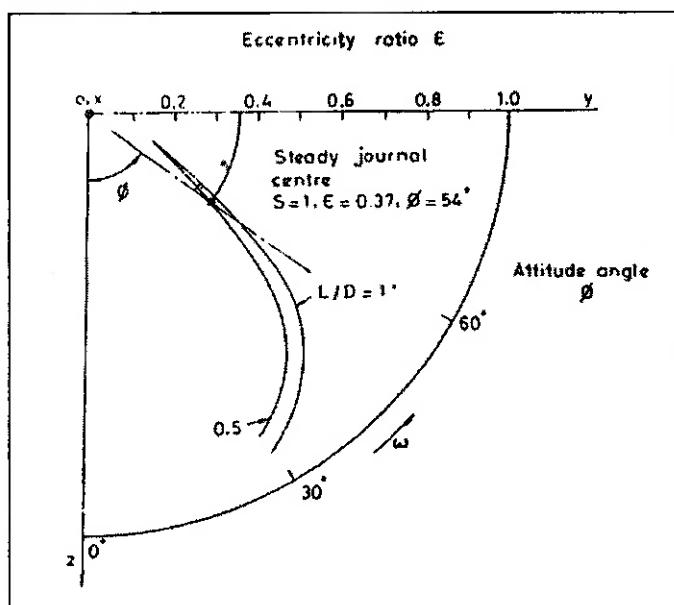


Figura 5.4.3

O mancal não comporta-se como um sistema de mola convencional já que o centro do mancal não move-se para cima ou para baixo, quando aumenta-se ou diminui-se o carregamento. O mancal de deslizamento oferece um movimento horizontal em resposta a uma mudança ocorrida na carga vertical. Em outras palavras o mancal oferece diferentes

rigidez para diferentes direções radiais. Além disso se o eixo oscila, cresce o efeito da pressão gerando um amortecimento, e isto deve ser levado em consideração no cálculo do rotor.

### 5.4.3 Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

Da figura 5.4.3 nós temos:

$$z = e \cos \varphi = C\varepsilon \cos \varphi \quad y = e \sin \varphi = C\varepsilon \sin \varphi \quad (5.4.13)$$

A rigidez estática na direção Z pode ser escrita como

$$K_z = \frac{dW}{dz} = \frac{dW}{Cd(\varepsilon \cos \varphi)} \quad (5.4.14)$$

Com o auxílio dos gráficos 5.4.2 e 5.4.3 a relação entre o carregamento W e Z é plotado no gráfico 5.4.4

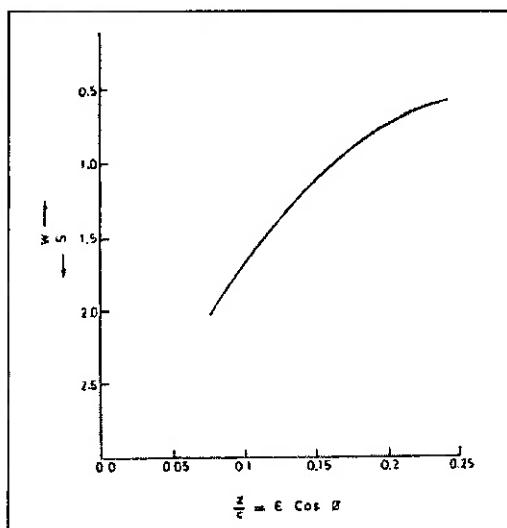


Figura 5.4.4

O gráfico acima mostra que a rigidez estática  $K_z$  como definida na equação 5.4.14 não é linear e depende das condições de carregamento. As rigidezes e os amortecimentos são função da excentricidade. Quando o carregamento muda o centro assume uma nova posição causando mudanças em ambas as direções z e y. A diferenciação total da carga W com relação a z e y é:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial Z} dz + \frac{\partial W}{\partial y} dy \quad (5.4.15)$$

que pode ser reescrita como:

$$dW = K_{zz}dz + K_{zy}dy \quad (5.4.16)$$

$$K_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z}; K_{zy} = \frac{\partial W}{\partial y} \quad (5.4.17)$$

Nós devemos considerar a carga radial na direção y, tornando a relação mais geral. Com as condições  $W_z = -W$ ,  $W_y = 0$ , logo que o eixo é perturbado de sua condição inicial, um carregamento horizontal é gerado. Portanto nós devemos considerar a carga radial na direção y também. Com isso temos:

$$\begin{aligned} dW_z \}_{estática} &= -\frac{\partial W_z}{\partial z} dz - \frac{\partial W_z}{\partial y} dy \\ dW_y \}_{estática} &= -\frac{\partial W_y}{\partial z} dz - \frac{\partial W_y}{\partial y} dy \end{aligned} \quad (5.4.18)$$

que podem ser escritas como:

$$dW_z = -K_{zz}dz - K_{zy}dy \quad dW_y = -K_{yz}dz - K_{yy}dy \quad (5.4.19)$$

onde:

$$K_{zz} = \frac{\partial W_z}{\partial z}; K_{zy} = \frac{\partial W_z}{\partial y}; K_{yz} = \frac{\partial W_y}{\partial z}; K_{yy} = \frac{\partial W_y}{\partial y} \quad (5.4.20)$$

Na equação acima  $K_{ij}$  são os coeficientes de flexibilidade, com i representando a direção da força e j representando a direção do deslocamento. Sobre condições dinâmicas, o centro do eixo terá velocidades  $\dot{z}, \dot{y}$  e elas induzem forças adicionais  $W_z$  e  $W_y$  devido ao efeito squeeze. Essas forças são denotadas com os coeficientes  $C_{zz}$ ,  $C_{zy}$ ,  $C_{yz}$  e  $C_{yy}$  para definir a mudança total das forças  $W_z$  e  $W_y$ . Os coeficientes são chamados de coeficientes de amortecimento. Dessa forma, temos:

$$\Delta W_z = -K_{zz}\Delta z - C_{zz}\Delta \dot{z} - K_{zy}\Delta y - C_{zy}\Delta \dot{y} \quad (5.4.21)$$

$$\Delta W_y = -K_{yz}\Delta z - C_{yz}\Delta \dot{z} - K_{yy}\Delta y - C_{yy}\Delta \dot{y} \quad (5.4.22)$$

Deve-se notar que os coeficientes de flexibilidade e de amortecimento são diferentes para cada situação operacional. As figuras 5.4.5 e 5.4.6 apresentam os 8 coeficientes para um mancal com  $L/D=0,5$ . As figuras 5.4.7 e 5.4.8 apresentam os mesmos coeficientes para mancais com 4 ranhuras de lubrificação axiais. A rigidez e o amortecimento são dados de forma adimensional.

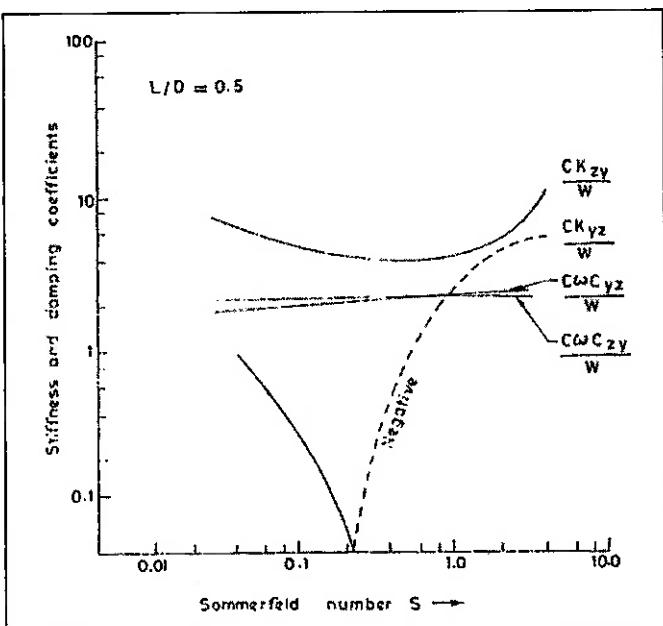


Figura 5.4.5

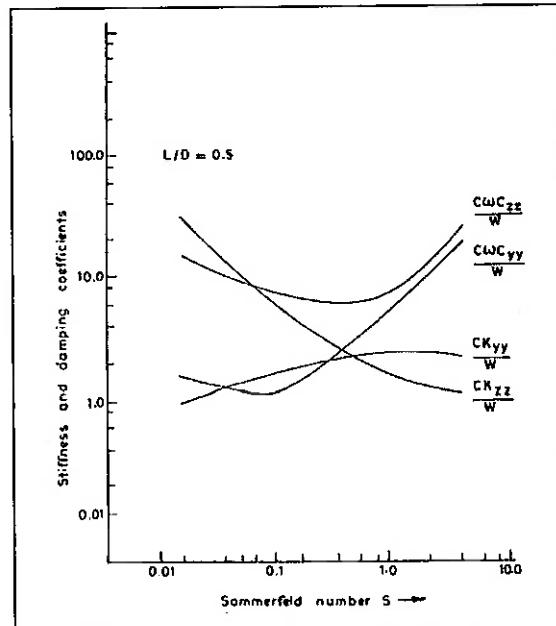


Figura 5.4.6

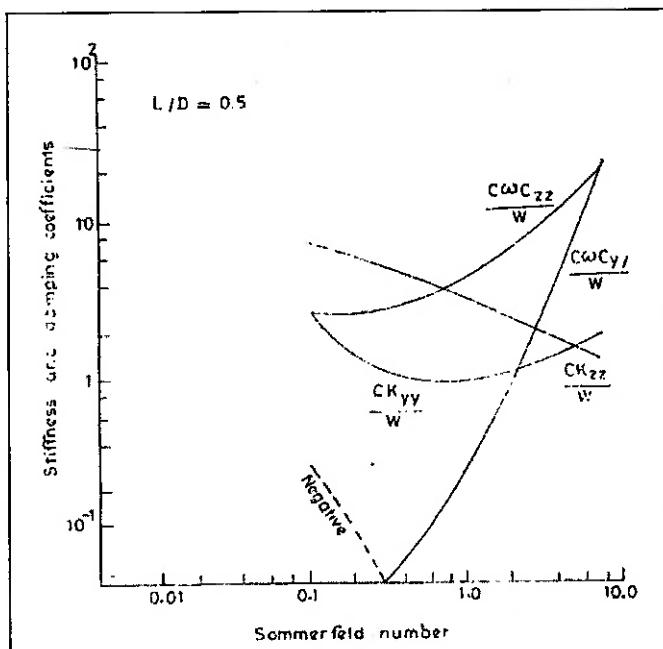


Figura 5.4.7 - mancal com 4 ranhuras de lubrificação

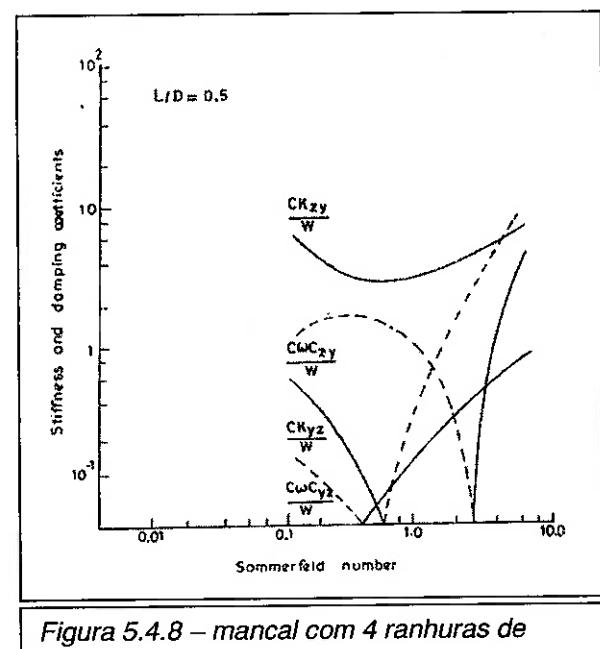


Figura 5.4.8 – mancal com 4 ranhuras de lubrificação

## **6 Desenvolvimento da Solução**

### **6.1 Introdução**

Nesta fase do projeto, após um estudo profundo da literatura do assunto, e, então, com a elaboração dos primeiros modelos físicos demos início a elaboração do modelo matemático e do software que resolve as equações para que tivéssemos como resultado as velocidades críticas flexionais e torcionais do sistema estudado.

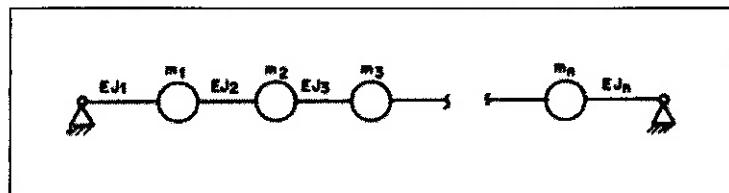
Abaixo pretendemos discutir e apresentar algumas etapas vivenciadas no desenvolvimento do software, bem como algumas dificuldades encontradas no que se refere ao modelamento matemático do sistema em estudo.

### **6.2 Escolha do Software**

Após análise cuidadosa do problema que teríamos que resolver decidimos optar por utilizar a Linguagem Visual Basic for Application disponível na planilha eletrônica Excel do pacote MS-Office. Essa escolha levou em conta a facilidade de intercâmbio do programa entre computadores, pois a maioria deles têm instalado o Excel como planilha de cálculo, bem como as ferramentas visuais que estão disponibilizadas e que seriam de grande ajuda na elaboração da interface do programa, tornando-a bem mais amigável ao operador e poderosa quanto ao trabalho de programação.

### 6.3 Elaboração do Código Computacional

Partimos com o modelo físico mais simples que existe e com o modelo matemático mais fácil, que trata o sistema como parâmetros concentrados, para a análise da velocidade crítica flexional.



*Figura 6.3.1*

Nesta fase tratamos o problema utilizando a abordagem clássica, isto é, definiu-se a matriz de transferência total do sistema como sendo a composição da multiplicação de matrizes campo e ponto, conforme já apresentado anteriormente neste texto.

O modelo inicial basicamente pode ser descrito como sendo um eixo bi-apoiado em mancais, os quais foram considerados rígidos, o qual teve sua massa discretizada em "n" elementos ao longo de seu comprimento. Observa-se que a consideração de mancais rígidos, leva a determinadas considerações das condições de contorno.

Sendo assim, desenvolvemos o primeiro programa, isto é, que resolia apenas este caso. Abaixo é mostrada a tela com os parâmetros necessários ao cálculo.

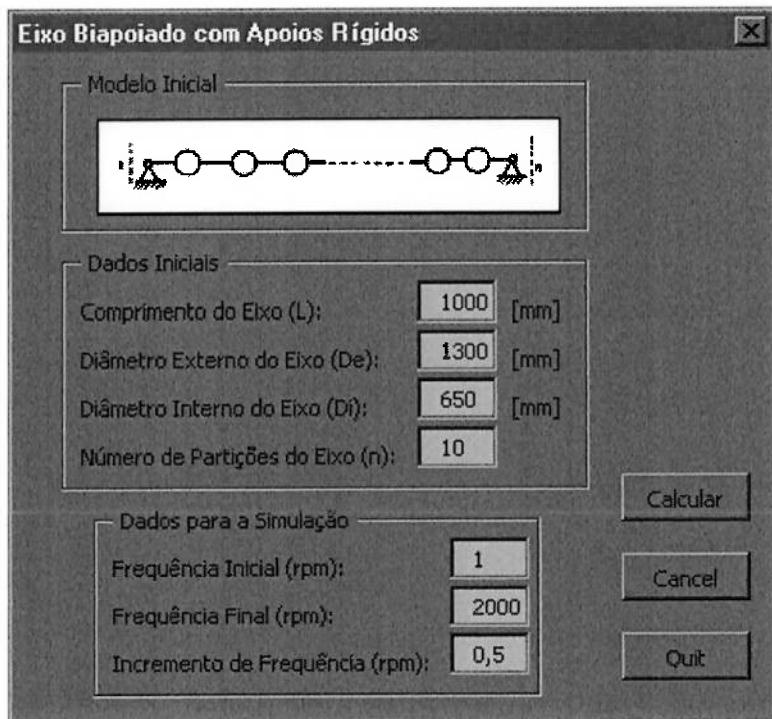


Figura 6.3.2

Todos os resultados obtido foram validados com simulações análogas em software utilizado pela VOITH SIEMENS para cálculos dessa natureza. Portanto, neste texto, quando estivermos nos referindo a comparações devemos ter sempre em mente que ela é feita com valores obtidos desse programa.

Nesta fase foi possível obter uma primeira curva, na qual verificamos que uma maior discretização não surte mais efeito no valor da velocidade crítica a partir de determinado valor, isto é, não é necessário refinarmos mais o resultado.

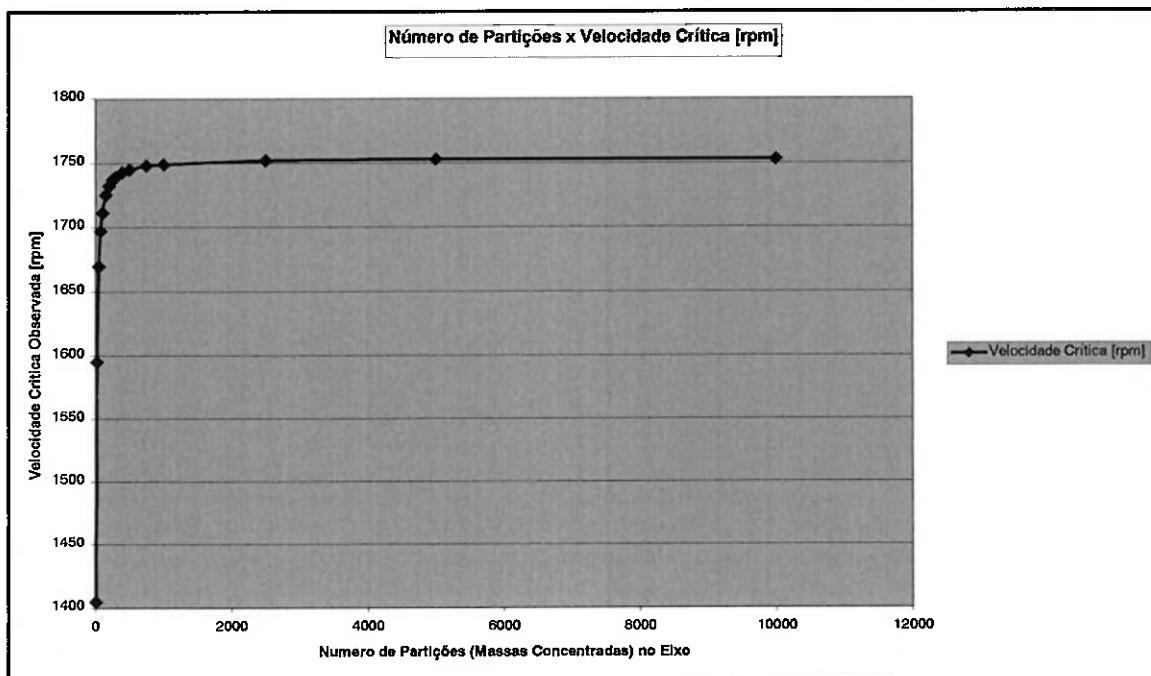


Figura 6.3.3

O segundo modelo obtido, foi considerando a flexibilidade dos mancais para o caso anterior. Um novo programa foi desenvolvido com a representação gráfica para o problema sendo mostrado na tela abaixo.

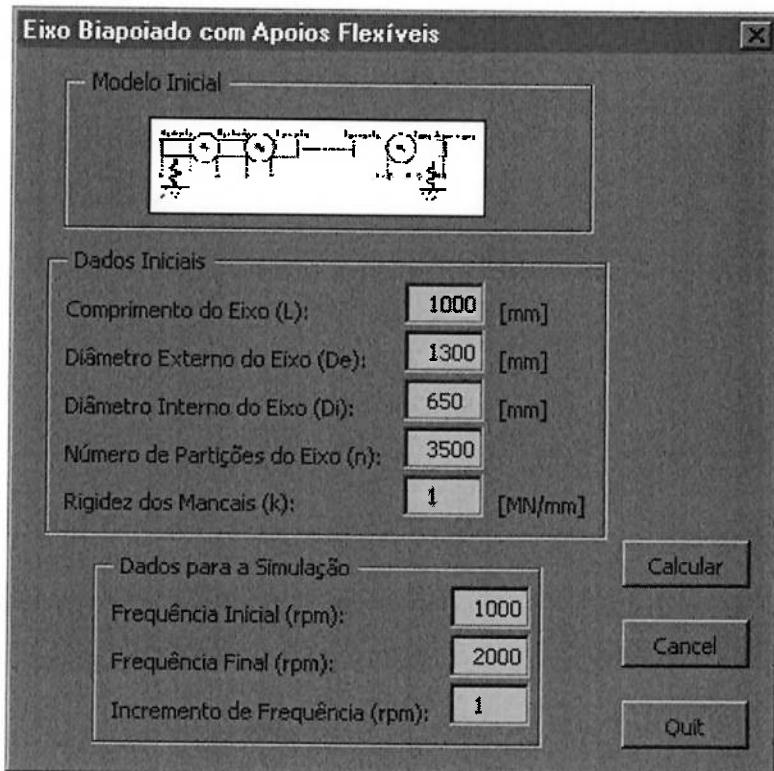


Figura 6.3.4

Lembramos aqui, que este tipo de modelo já tem condições de contorno para resolução diferentes daquelas do primeiro modelo. Com este modelo já foi possível verificar de forma ainda incipiente, a influência da flexibilidade no cálculo das velocidades críticas.

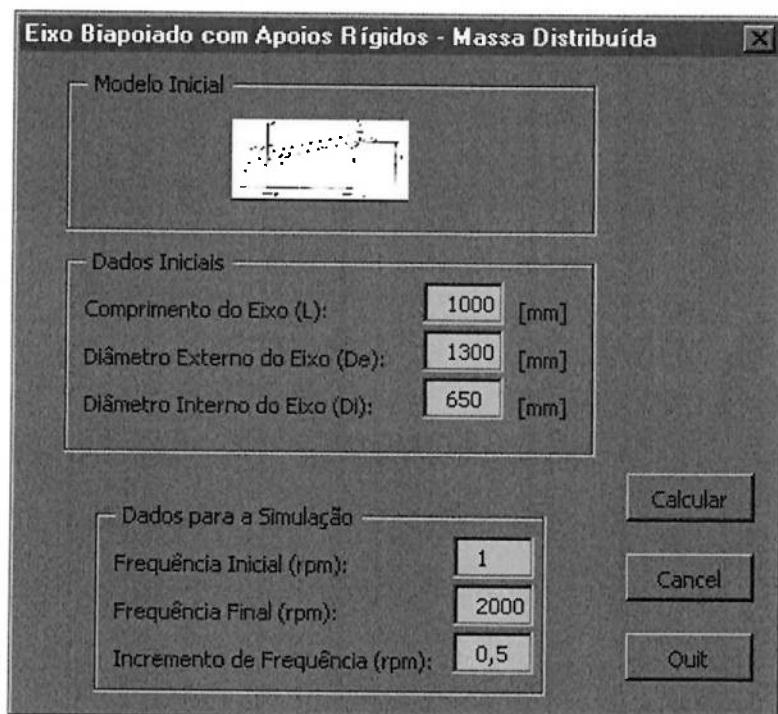
Os resultados obtidos tanto para primeira, como para a segunda velocidade crítica flexional, nos dois modelos estavam plenamente satisfatórios não diferindo em praticamente nada, daquele obtido em outro programa.

Até esse ponto não tivemos dificuldades de gerar o modelo matemático e computacional para o sistema em estudo pois eram de certa forma bem simples.

O próximo passo foi então abordar o problema considerando a massa distribuída do eixo e verificar as discrepâncias com o modelo de parâmetros concentrados.

Com a teoria para tratar o eixo de forma não discretizada e, sim de forma contínua, partimos para uma nova abordagem matemática que trata o problema de forma mais racional e leva a resultados computacionais mais rápidos e menos complicados. Entretanto o modelo matemático em si, conforme pode se ver em anteriormente neste texto é um pouco mais complexo.

Um terceiro programa dedicado foi desenvolvido e então validado fornecendo valores coerentes com os já obtidos anteriormente.



Apenas o fato de tratar o eixo levando em consideração a distribuição contínua de massa ao longo de seu comprimento, já nos fornecia ferramentas para iniciarmos um programa mais elaborado.

Em paralelo também começávamos a montar o modelo para análise da vibração torcional. Começamos com a análise sugerida pela literatura: “RotorDynamics”, Rao, a qual não fornecia valores muito próximos daqueles obtidos em simulações análogas utilizando o software disponível na VOITH SIEMENS. Decidiu-se então, utilizar um segundo modelo, sugerido no livro “Vibrações Mecânicas para Engenheiros”, Almeida, fornecendo então valores bem próximos àqueles que foram utilizados na prática.

Para a análise torcional também desenvolvemos um programa dedicado para a validação de resultados iniciais, os quais foram plenamente aprovados.

Neste ponto já estávamos seguros para implementar os módulos básicos que permitiriam caracterizar o sistema, como por exemplo, eixo, mancais, turbina, gerador e acoplamento.

A importância de definirmos esse módulos, está no fato de podermos simular modelos um pouco mais complexos, como a própria linha de eixo da turbina.

O próximo programa que desenvolvemos, foi visando poder tratar todos os elementos acima descritos, de forma racional, permitindo a inclusão, a simulação, e possíveis modificações em alguns parâmetros.

Inicialmente o programa apenas permitia a inclusão e simulação flexional de mancais e eixos. Nesta etapa encontramos a primeira limitação computacional: a dificuldade de gerar o modelo matemático computacional para um sistema genérico com mais que dois mancais totalmente rígidos, isto é, sem flexibilidade, era muito grande.

Como a existência de um mancal totalmente rígido, no estudo da linha de eixo de turbinas é irreal, decidimos por manter essa limitação no programa.

Neste ponto era possível montar sistemas com diversos mancais flexíveis e estudar a variação do seu posicionamento e de sua flexibilidade na velocidade crítica flexional.

Implementou-se então o módulo para análise torcional, de eixos e mancais, adaptando-o a nova configuração do programa.

O próximo passo seria então criar os módulos para a turbina e gerador. Inicialmente definimos os dados básicos que deveríamos possuir desses dois elementos (Massa,  $GD^2$  e Altura), para posteriormente calcular outras propriedades ( $J$ ,  $J_{dia}$ , etc.). Essas propriedades podem ser vistas na listagem e tela do programa anexos a seguir.

Após as primeiras análises com esses elementos fornecendo bons resultados tanto à flexão como à torção, decidimos por incluir mais alguns efeitos: para o caso da turbina, apenas o momento giroscópico, e, para o caso do gerador, além do momento giroscópico o efeito do empuxo magnético observado quando da vibração do eixo.

Surgiu então uma nova dificuldade, como adicionar esses efeitos na formulação que estávamos usando. Após pesquisa bibliográfica e estudos, decidimos pela alteração das matrizes de massa distribuída e matrizes flexionais de forma que resolvêssemos o problema.

Construindo o código para atender essas modificações, estávamos com o programa quase completo. Deveríamos apenas permitir que o projetista pudesse variar qualquer parâmetro de forma rápida e então observar as modificações ocorridas na freqüência crítica.

Finalizando com esta última alteração, acreditamos ter levado em consideração os principais efeitos que influem no fenômeno, porém deixamos claro que existem outros, e o desenvolvimento desse programa pode continuar, tornando-se uma ferramenta cada vez mais versátil e poderosa.

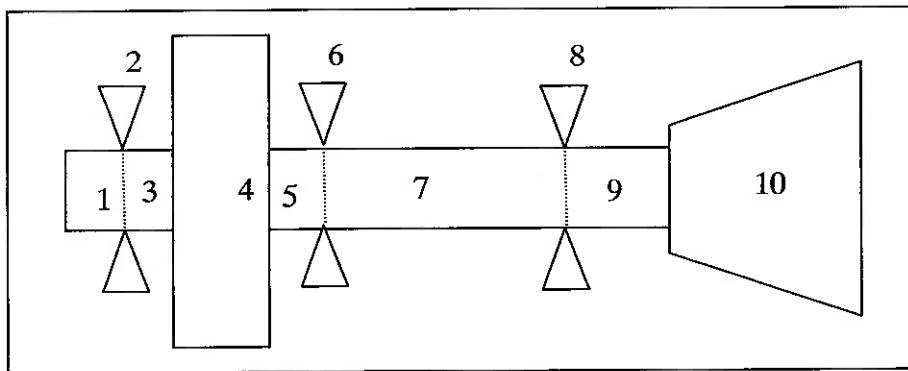
Com o código computacional completo, confeccionando o modelo matemático para simular modelos diversos, e obtendo resultados plenamente satisfatórios quando comparados com outros programas de simulação, iniciamos a próxima etapa, validar o programa com dados de obras reais, e então variar alguns parâmetros, observando os resultados obtidos e agregando a eles uma análise mais profunda.

## 7. Validação dos Resultados

Para validarmos o programa comparamos os resultados obtidos pelo nosso programa (chamado na análise de dados calculados) com os dados oficiais (chamados na análise de dados de projeto) de três obras. Não citamos o nome de cada obra, limitando-se a chamá-las de Obra A, Obra B e Obra C. As comparações estão abaixo.

### 7.1 Obra A

Esta obra trata-se de uma turbina do Tipo Kaplan com 3 mancais guia, com rotação nominal  $n=211$  rpm e rotação de disparo  $nd=462$  rpm e possui a configuração representada no croqui abaixo.



O sistema foi modelado considerando os elementos listados abaixo:

<b>Nome_Elemento</b>	<b>L [mm]</b>	<b>De [mm]</b>	<b>Di [mm]</b>	<b>k [MN/mm]</b>	<b>GD<sup>2</sup> [t . m<sup>2</sup>]</b>
1 Eixo	580	710	275	0,00	0
2 Mancal	0	0	0	0,83	0
3 Eixo	785	710	275	0,00	0
4 Gerador	1430	4934	2969	0,00	2270
5 Eixo	1185	710	275	0,00	0
6 Mancal	0	0	0	0,83	0
7 Eixo	5000	710	275	0,00	0
8 Mancal	0	0	0	1,00	0
9 Eixo	1500	710	275	0,00	0
10 Turbina	1400	1951	573	0,00	62

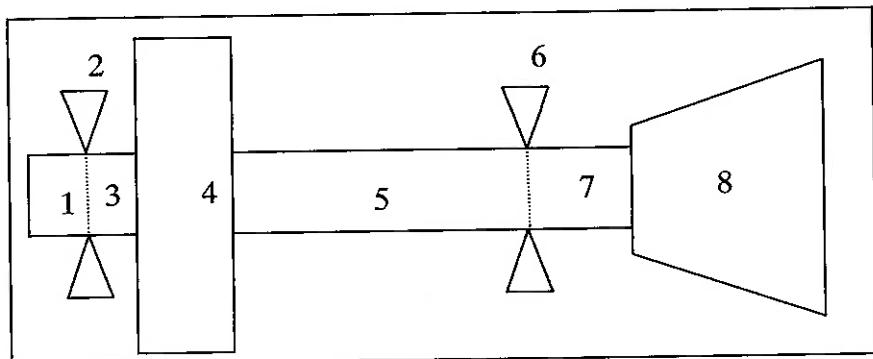
Simulando este modelo temos os seguintes resultados:

Obra A			
	Projeto	Calculada	Desvio
<b>Velocidade Crítica Flexional</b>			
1 <sup>a</sup> Crítica (rpm)	571	646	13,1%
2 <sup>a</sup> Crítica (rpm)	635	1039	63,6%
<b>Velocidade Crítica Torcional</b>			
1 <sup>a</sup> Crítica (rpm)	1224	1212	-1,0%
2 <sup>a</sup> Crítica (rpm)	8820	12420	40,8%

Nota-se que tanto para a análise flexional quanto para a torcional a 1<sup>a</sup> velocidade crítica do nosso modelo ficou bem próxima do valor utilizado no projeto, entretanto para a 2<sup>a</sup> crítica o resultado apresentou um maior desvio em relação ao utilizado no projeto.

## 7.2 Obra B

Esta obra trata-se de uma turbina do Tipo Kaplan com 2 mancais, rotação nominal  $n=105$  rpm e rotação de disparo  $n_d=305$  rpm e possui a configuração representada no croqui abaixo.



O sistema foi modelado considerando os elementos listados abaixo:

Nome_Elemento	L [mm]	De [mm]	Di [mm]	k [MN/mm]	GD <sup>2</sup> [t . m <sup>2</sup> ]
1 Eixo	720	1110	435	0,00	0
2 Mancal	0	0	0	0,90	0
3 Eixo	807	1110	435	0,00	0
4 Gerador	1710	9341	7698	0,00	21612
5 Eixo	9142	1110	435	0,00	0
6 Mancal	0	0	0	1,00	0
7 Eixo	1395	1110	435	0,00	0
8 Turbina	2850	3871	2805	0,00	1428

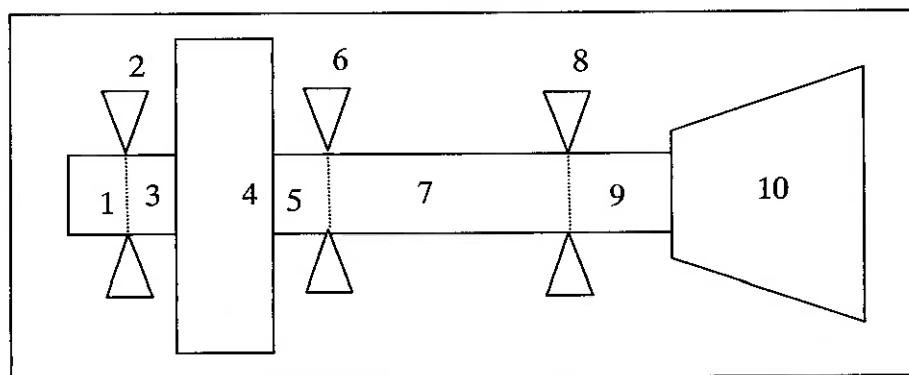
Para esse modelamento obtivemos os seguintes resultados:

Obra B	Projeto	Calculada	Desvio
<b>Velocidade Crítica Flexional</b>			
1ªCrítica (rpm)	397	407	2,5%
2ªCrítica (rpm)	524	602	14,9%
<b>Velocidade Crítica Torcional</b>			
1ªCrítica (rpm)	531	540	1,7%
2ªCrítica (rpm)	9044,4	12420	37,3%

Nota-se um comportamento semelhante ao da obra A, mas a diferença entre as segunda velocidade crítica é menor do que o caso A.

### 7.3 Obra C

Trata-se de uma turbina do tipo Francis com 3 mancais, rotação nominal  $n = 400$  rpm, rotação de disparo  $n_d = 713$  rpm , e possui a configuração representada no croqui abaixo:



O sistema foi modelado considerando os elementos listados abaixo:

Nome_Elemento	L [mm]	De [mm]	Di [mm]	k [MN/mm]	GD <sup>2</sup> [t . m <sup>2</sup> ]
1 Eixo	795	450	150	0,00	0
2 Mancal	0	0	0	0,60	0
3 Eixo	1462	515	150	0,00	0
4 Gerador	1178	3751	1809	0,00	680
5 Eixo	926	530	150	0,00	0
6 Mancal	0	0	0	0,80	0
7 Eixo	2799	500	150	0,00	0
8 Mancal	0	0	0	1,00	0
9 Eixo	688	500	150	0,00	0
10 Turbina	1170	1461	1207	0,00	8,8

Para esse modelamento obtivemos os seguintes resultados:

Obra C	Projeto	Calculada	Desvio
<b>Velocidade Crítica Flexional</b>			
1ªCrítica (rpm)	999,3	1008	0,9%
2ªCrítica (rpm)	1748	1745	-0,2%
<b>Velocidade Crítica Torcional</b>			
1ªCrítica (rpm)	2112	2100	-0,6%
2ªCrítica (rpm)	14820	21000	41,7%

Para essa obra as duas primeiras velocidades críticas para a análise flexional ficaram muito próximas dos valores de projeto, já para a análise torcional o resultado foi próximo para a primeira crítica, o mesmo não ocorrendo para a segunda crítica, resultado semelhante aos das duas obras anteriores.

#### **7.4 Comparação entre os resultados das três obras**

Nota-se que para as três obras escolhidas para esta análise o resultado tanto para a primeira velocidade crítica flexional como para a primeira torcional foi satisfatório já que não apresentou grandes desvios. Já para a segunda crítica os valores já apresentaram um desvio muito maior. Acredita-se que este fato deva-se a não inclusão de alguns fatores que possuem uma maior influência em velocidades maiores, tal como o efeito da força cortante.

É importante salientar que nos baseamos em uma bibliografia diferente da utilizada pelo programa da empresa, que mesmo utilizando o mesmo conceito (matrizes de transferência), pode produzir resultados diferentes.

Além disso existem parâmetros como rigidezes e amortecimento do mancais, acoplamentos da turbina e do gerador cuja influencia também podem afetar o cálculo.

## **8. Variação de parâmetros**

Nesta seção variamos alguns parâmetros das três obras acima para analisar a influência de cada um deles nas **rotações críticas flexionais**.

### **8.1 Variação da flexibilidade dos mancais**

Nesta seção variamos a flexibilidade de cada mancal das obras acima. Utilizamos a identificação mostrada nos croquis das seções 7.1 (obra A), 7.2(obra B), e 7.3 (obra C).

#### **8.1.1 Obra A**

Foram feitas três análises: a primeira variando a flexibilidade do mancal 2, a segunda variando a flexibilidade do mancal 6, e a terceira variando a flexibilidade do mancal 8. Em cada análise a flexibilidade dos outros dois mancais foi mantida com o valor igual ao do projeto.

Para cada análise estudou-se 4 situações: -50% do valor inicial, -25% do valor inicial, + 50% do valor inicial e +100% do valor inicial. Com isso chegou-se nos resultados mostrados abaixo:

**1<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 2**

	<b>k</b>	<b><math>\Delta k</math></b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>
	0,6	-50%	646	0,0%	1214	16,8%
	0,9	-25%	646	0,0%	1114	7,2%
<b>Projeto</b>	<b>1,2</b>		<b>646</b>		<b>1039</b>	
	1,8	50%	646	0,0%	932	-10,3%
	2,4	100%	646	0,0%	859	-17,3%

**2<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 6**

	<b>k</b>	<b><math>\Delta k</math></b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>
	0,6	-50%	655	1,4%	1142	9,9%
	0,9	-25%	650	0,6%	1082	4,1%
<b>Projeto</b>	<b>1,2</b>		<b>646</b>		<b>1039</b>	
	1,8	50%	638	-1,2%	982	-5,5%
	2,4	100%	631	-2,3%	946	-9,0%

**3<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 8**

	<b>k</b>	<b><math>\Delta k</math></b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b><math>\Delta [\%]</math></b>
	0,5	-50%	702	8,7%	1042	0,3%
	0,75	-25%	672	4,0%	1041	0,2%
<b>Projeto</b>	<b>1</b>		<b>646</b>		<b>1039</b>	
	1,5	50%	601	-7,0%	1037	-0,2%
	2	100%	565	-12,5%	1036	-0,3%

Nota-se que a variação do mancal acima do Gerador (mancal 2), não influencia na primeira rotação crítica. O mesmo não ocorrendo para a segunda, já que ao diminuir-se o valor pela metade a rotação variou positivamente em torno de 17%, e ao dobrar-se o valor a rotação sofreu um decréscimo também em torno de 17 %.

Ao variar-se a flexibilidade do mancal próximo da Turbina (mancal 8), observa-se uma influência na primeira crítica, e praticamente não altera-se o valor da segunda crítica. Ao dobrar-se o valor da flexibilidade a rotação cai em torno de 12 %, e ao diminuir-se pela metade a rotação aumenta em aproximadamente 9%.

Variando-se o mancal abaixo do Gerador (mancal 6), nota-se uma diferença muito pequena, praticamente irrisória na primeira crítica, e para a segunda crítica é necessário dobrar ou reduzir pela metade a flexibilidade para conseguirmos uma variação em torno de 10%.

### 8.1.2 Obra B

Foram feitas duas análises: a primeira variando a rigidez do mancal 2 e a segunda variando a rigidez do mancal 6. Em cada análise o valor da flexibilidade do outro mancal foi mantida com o valor igual ao do projeto.

Para cada análise estudou-se 4 situações: -50% do valor inicial, -30% do valor inicial, + 50% do valor inicial e +100% do valor inicial. Com isso chegou-se nos resultados mostrados abaixo:

**1<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 2**

	k	$\Delta k$	1 <sup>a</sup> crítica	$\Delta [\%]$	2 <sup>a</sup> crítica	$\Delta [\%]$
	0,555	-50%	418	1,2%	737	22,4%
	0,777	-30%	416	0,7%	666	10,6%
Projeto	1,111		413		602	
	1,666	50%	407	-1,5%	545	-9,5%
	2,222	100%	399	-3,4%	514	-14,6%

**2<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 6**

	k	$\Delta k$	1 <sup>a</sup> crítica	$\Delta [\%]$	2 <sup>a</sup> crítica	$\Delta [\%]$
	0,5	-50%	453	9,7%	635	5,5%
	0,75	-25%	433	4,8%	615	2,2%
Projeto	1		413		602	
	1,5	50%	378	-8,5%	587	-2,5%
	2	100%	350	-15,3%	580	-3,7%

Nota-se que a variação da rigidez do mancal próximo ao Gerador não influencia a primeira velocidade crítica. Já para a segunda percebe-se uma influência mais significativa.

Ao variar-se o mancal próximo a Turbina (mancal 6), a primeira velocidade crítica é influenciada mais diretamente.

### 8.1.3 Obra C

Foram feitas três análises: a primeira variando a rigidez do mancal 2, a segunda variando a rigidez do mancal 6, e a terceira variando a rigidez do mancal 8. Em cada análise a flexibilidade dos outros dois mancais foi mantida com o valor igual ao do projeto.

Para cada análise estudou-se 4 situações: -50% do valor inicial, -25% do valor inicial, + 50% do valor inicial e +100% do valor inicial. Com isso chegou-se nos resultados mostrados abaixo:

**1<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 2**

	<b>k</b>	<b>Δk</b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>
	0,83	-50%	1082	7,3%	1752	0,4%
	1,26	-25%	1042	3,4%	1748	0,2%
<b>Projeto</b>	<b>1,67</b>		<b>1008</b>		<b>1745</b>	
	2,5	50%	949	-5,9%	1741	-0,2%
	3,34	100%	900	-10,7%	1738	-0,4%

**2<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 6**

	<b>k</b>	<b>Δk</b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>
	0,625	-50%	1156	14,7%	1752	0,4%
	0,94	-25%	1071	6,3%	1748	0,2%
<b>Projeto</b>	<b>1,25</b>		<b>1008</b>		<b>1745</b>	
	1,87	50%	918	-8,9%	1743	-0,1%
	2,5	100%	856	-15,1%	1741	-0,2%

**3<sup>a</sup>Análise: Variação do Mancal 8**

	<b>k</b>	<b>Δk</b>	<b>1<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>	<b>2<sup>a</sup>crítica</b>	<b>Δ [%]</b>
	0,5	-50%	1009	0,1%	1933	10,8%
	0,75	-25%	1008	0,0%	1833	5,0%
<b>Projeto</b>	<b>1</b>		<b>1008</b>		<b>1745</b>	
	1,5	50%	1007	-0,1%	1602	-8,2%
	2	100%	1006	-0,2%	1490	-14,6%

Ao contrário das duas primeiras obras analisadas, nesta o mancal próximo a Turbina (mancal 8) não influenciou a primeira rotação crítica, influenciando de maneira mais significativa a segunda rotação crítica.

O mancal abaixo do Gerador (mancal 6) influenciou de maneira significativa a primeira rotação crítica, não apresentando influência na segunda rotação crítica.

## **8.2 Variação das distâncias entre os mancais**

Nesta seção alterou-se a distância entre os mancais de cada uma das três obras. Utilizamos a identificação mostrada nos croquis das seções 7.1 (obra A), 7.2(obra B), e 7.3 (obra C).

É importante ressaltar que não se analisou a viabilidade construtiva e econômica de cada alteração, importando-se apenas com a influência de cada alteração na rotação crítica.

### **8.2.1 Obra A**

As análises feitas para a Obra A foram:

- 1 – Afasta-se o mancal 6, 20% em relação ao valor inicial, mantendo-se a distância entre o mancal 6 e 8, e aproximando-se o mancal 8 da Turbina.
- 2 – Manter a mesma distância do mancal 8 para a Turbina utilizada na análise 1, aumentando-se a distância entre o mancal 6 e o 8, mantendo o valor inicial da distância entre o Gerador e o mancal 6.
- 3 – Diminuiu-se a distância entre os mancais 6 e 8 em 10%, mantendo a distância entre o mancal 8 e a Turbina, afastando o Mancal 6 do Gerador.
- 4 – Diminuiu-se em 25% a distância entre os mancais 6 e 8 , mantendo a distância entre o mancal 8 e da Turbina, afastando o Mancal 6 do Gerador.
- 5 – Retirou-se o mancal 6.

Com essas alterações chegamos aos seguintes resultados:

<b>Obra A</b>						
	Projeto	1	2	3	4	5
Eixo 5	1185	1485	1185	1685	2435	0
Eixo 7	5000	5000	5300	4500	3750	6185
Eixo 9	1500	1200	1200	1500	1500	1500
<b>1ª crítica</b>	<b>646</b>	<b>732</b> 13,3%	<b>729</b> 12,8%	<b>651</b> 0,8%	<b>654</b> 1,2%	<b>480</b> -25,7%
<b>2ª crítica</b>	<b>1039</b>	<b>1015</b> -2,3%	<b>1039</b> 0,0%	<b>999</b> -3,8%	<b>941</b> -9,4%	<b>785</b> -24,4%

Percebe-se que a retirada do mancal 6 (análise 5) faz com que a primeira rotação crítica caia em torno de 25%.

Nota-se que diminuir a distância entre os mancais 6 e 8 (análise 3 e 4), alterando a distância entre o gerador e o mancal 6, não influencia significativamente no valor da primeira rotação crítica.

Nota-se que ao aproximar o Mancal 8 da Turbina (análise 1 e 2), não importando se aumenta-se ou mantém-se a distância para o mancal 6, a velocidade crítica aumenta em torno de 13 %.

### 8.2.2 Obra B

As análises feitas para a Obra B foram:

- 1 – Diminuição de 20% entre a distância do mancal 6 para a Turbina.
- 2 – Aumento de 20% entre a distância do mancal 6 para a Turbina.
- 3 – Aumento de 50% entre a distância do mancal 6 para a Turbina.
- 4 – Acréscimo de um mancal abaixo do Gerador

Com essas alterações chegamos nos seguintes resultados:

<b>Obra B</b>						
	Projeto	1	2	3	4	
Eixo 5	9142	9421	8863	8000	7642	
Eixo 7	1395	1116	1674	2537	1395	
Eixo 9					1500	
<b>1ª crítica</b>	<b>407</b>	<b>442</b> 8,6%	<b>386</b> -5,2%	<b>318</b> -21,9%	<b>431</b> 5,9%	
<b>2ª crítica</b>	<b>602</b>	<b>601</b> -0,2%	<b>604</b> 0,3%	<b>614</b> 2,0%	<b>698</b> 15,9%	

O acréscimo de um mancal (análise 8), aumentou em apenas 5,9 % a primeira rotação crítica.

Notou-se que com o aumento da distância do mancal 6 para a Turbina (análise 2 e 3) a primeira rotação crítica sofre significativas diminuições.

Com a diminuição da distância do mancal 6 para a turbina (análise 1) em 20% a primeira crítica sofreu um aumento de 8,6 %, e a Segunda praticamente não sofreu influência alguma.

### 8.2.3 Obra C

As análises feitas para a Obra C foram:

1 – Aumento da distância entre o mancal 6 e o Gerador em 20 %, mantendo a distância entre o mancal 6 e o mancal 8 e alterando a distância entre o mancal 8 e Turbina.

2 – Diminuição da distância entre o mancal 6 e o Gerador em 20 %, mantendo a distância entre o mancal 8 e Turbina com o mesmo valor da análise 1 e aumentando a distância entre o mancal 6 e o mancal 8.

3 – Diminuindo a distância entre o mancal 6 e o mancal 8 em 10 %, mantendo a distância entre o mancal 8 e a Turbina com o mesmo valor do projeto.

4 – Diminuindo a distância entre o mancal 6 e o mancal 8 em 25 %, mantendo a distância entre o mancal 8 e a Turbina com o mesmo valor do projeto.

5 – Retirada do mancal 6.

Com essas alterações chegamos nos seguintes resultados:

<b>Obra C</b>						
	<b>Projeto</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Eixo 5	926	1110	741	1206	1625	0
Eixo 7	2799	2799	3168	2519	2100	3725
Eixo 9	688	504	504	688	688	688
<b>1ª crítica</b>	<b>1008</b>	<b>974</b> -3,4%	<b>1046</b> 3,8%	<b>951</b> -5,7%	<b>866</b> -14,1%	<b>491</b> -51,3%
<b>2ª critica</b>	<b>1745</b>	<b>1979</b> 13,4%	<b>1968</b> 12,8%	<b>1751</b> 0,3%	<b>1758</b> 0,7%	<b>1735</b> -0,6%

A retirada do mancal 6 (análise 5) faz com que a primeira rotação crítica cai em torno de 50%, já a segunda rotação crítica não sofre alteração alguma.

Para essa obra a maior influência na primeira rotação crítica ocorreu quando se altera a distância entre os mancais 6 e 8.

### **8.3 Análise das variações dos parâmetros**

Tanto na obra A como na obra B, a maior influência na primeira velocidade crítica ocorreu quando alterou-se a flexibilidade do mancal próximo a Turbina.

Já para a obra C a flexibilidade do mancal próximo a Turbina pouco influencia a primeira crítica, ao contrário das obras A e B. A maior influência na primeira crítica ocorreu quando alteramos a flexibilidade do mancal abaixo do Gerador (6).

Portanto considerando-se essas três obras deve-se analisar caso a caso qual mancal tem influência determinante nas rotações críticas, e deve ter sua flexibilidade estudada de uma forma mais acurada. No caso da obra A por exemplo, dever-se-ia dar uma maior atenção para o mancal 8, próximo a turbina, já que a flexibilidade dos outros dois influenciam com menor intensidade a primeira crítica.

Comparando-se a obra A com a obra C , que possuem três mancais, percebe-se que temos efeitos diferentes. Enquanto na obra A a redução da distância do mancal 8 para a Turbina influencia significativamente a primeira crítica aumentando-a, o mesmo não ocorre para a obra C. Esta obra por sua vez se mostrou mais sensível a uma alteração na distância entre o mancal 6 e o mancal 8.

A obra B apresenta uma situação que ao adicionar um mancal abaixo do gerador, a influência no aumento da primeira crítica é de apenas 5,9%, o que não deixa de ser um resultado interessante.

Conclui-se portanto que as influências tanto da flexibilidade dos mancais, quanto das distâncias entre eles variam de acordo com a obra que se estuda.

## 9 Listagem e telas do programa

### 9.1 Definição do elemento

```
*** Velocidade Crítica      ***
*** Vibrações Flexionais de Eixos ***
***                                     ***
***                                     ***
```

```
*** Definindo Tipo de Dados que    ***
*** caracteriza cada elemento do ***
*** sistema                         ***
```

Type Elemento

```
Nome_Elemento As String *** Ex.: Eixo, Mancal, Rotor, Gerador, etc. ***
L As Double           *** Comprimento do Elemento ***
de As Double          *** Diâmetro Externo do Elemento ***
Di As Double          *** Diâmetro Interno do Elemento ***
j As Double           *** Momento Inércia de Área Torcional do Gerador ou Turbina
Jx As Double          *** Momento Inércia de Área Ger. ou Tur.
i As Double           *** Momento de Massa do Gerador ou Turbina
Idia As Double        *** Momento de Massa Diametral Ger. ou Tur. (efeito Giroscópio)
k As Double           *** Rígidez do Elemento ***
GD2 As Double         *** GD2 do Elemento Turbina ou Gerador ***
Massa As Double       *** Massa do Elemento ***
CC1 As String          *** Condição de Contorno #1 ***
CC2 As String          *** Condição de Contorno #2 ***
Flag_Girosc As Boolean *** Flag para ativar Cálculo do Momento Giroscópico ***
Flag_Empuxo As Boolean *** Flag para ativar Cálculo do Empuxo Magnético ***
```

End Type \*\*\* Fim da Declaração do Elemento

```
*** Declarando o vetor que armazenara os elementos ***
*** do Sistema                                ***
```

Public Sequencia\_Elemento(1 To 15) As Elemento

Public ID\_Elemento As Integer \*\*\* Total de Elementos  
                           \*\*\* que compõe o sistema

Public ID\_Elemento\_Edição As Integer \*\*\* Recebe o número do  
                           \*\*\* do elemento a ser  
                           \*\*\* editado

### 9.2 Inicialização do programa

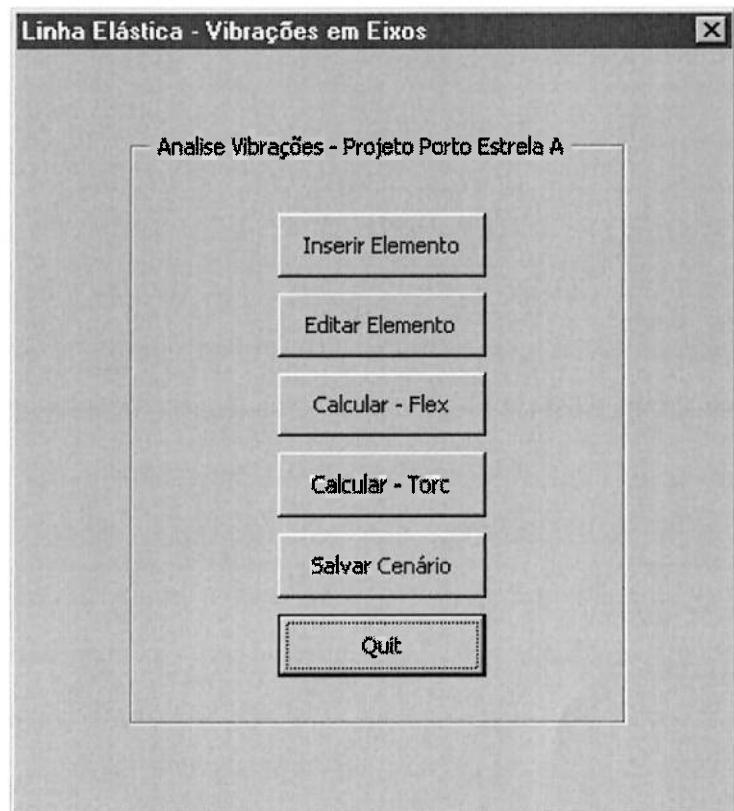
\*\*\* Função que inicializa o programa \*\*\*

Sub Auto\_Open()

Dim i As Integer \*\*\* Variável auxiliar

```
*** Verificando se ja existem dados armazenados na planilha
If (Worksheets("Dados_Problema").Range("C4").Value = 0) Then
    ID_Elemento = 0
    Tela_Nome_Projeto.Show *** Exibindo formulário
Else
    *** Carregando Dados ja armazenado
    ID_Elemento = Worksheets("Dados_Problema").Range("C4").Value
    For i = 7 To ID_Elemento + 6
        Sequencia_Elemento(i - 6).Nome_Elemento = Worksheets("Dados_Problema").Range("B" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).L = Worksheets("Dados_Problema").Range("C" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).de = Worksheets("Dados_Problema").Range("D" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Di = Worksheets("Dados_Problema").Range("E" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).j = Worksheets("Dados_Problema").Range("F" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Jx = Worksheets("Dados_Problema").Range("G" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).i = Worksheets("Dados_Problema").Range("H" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Idia = Worksheets("Dados_Problema").Range("I" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).k = Worksheets("Dados_Problema").Range("J" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).GD2 = Worksheets("Dados_Problema").Range("K" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Massa = Worksheets("Dados_Problema").Range("L" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).CC1 = Worksheets("Dados_Problema").Range("M" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).CC2 = Worksheets("Dados_Problema").Range("N" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Flag_Girosc = Worksheets("Dados_Problema").Range("O" & i).Value
        Sequencia_Elemento(i - 6).Flag_Empuxo = Worksheets("Dados_Problema").Range("P" & i).Value
    Next i
    Tela_Principal.Frame1.Caption = "Analise Vibrações - Projeto "&
    Worksheets("Dados_Problema").Range("G4").Value
    Tela_Principal.Show *** Exibindo formulário
End If
End Sub *** Fim da Rotina Auto_Open
```

### 9.3 Tela\_Principal



## Botão Inserir Elementos

```
Private Sub Botao_Inserir_Click()
    Tela_Elementos.Show *** Exibindo Tela_Elementos
End Sub *** Fim do Botao Inserir Elementos
```

## Botão Editar

```
Private Sub Botao_Editar_Click()
    *** Variável auxiliar para percorrer a fila de elementos
    Dim i_elemento As Integer

    *** Limpando a caixa de listagem
    Tela_Edição.Listagem.Clear

    *** Percorrendo a fila de elementos
    For i_elemento = 1 To ID_Elemento
        Select Case Sequencia_Elemento(i_elemento).Nome_Elemento
            ** Se o Elemento for Eixo
            Case "Eixo"
                Tela_Edição.Listagem.AddItem (Str(i_elemento) + " Eixo ")

            ** Se o elemento for Acoplamento
            Case "Acoplamento"
                Tela_Edição.Listagem.AddItem (Str(i_elemento) + " Acoplamento ")

            *** Se o Elemento for Rotor
            Case "Turbina"
                Tela_Edição.Listagem.AddItem (Str(i_elemento) + " Turbina ")

            *** Se o Elemento for Gerador
            Case "Gerador"
                Tela_Edição.Listagem.AddItem (Str(i_elemento) + " Gerador ")

            *** Se o Elemento for Mancal
            Case "Mancal"
                Tela_Edição.Listagem.AddItem (Str(i_elemento) + " Mancal ")

        End Select *** Fim do Case
        Next i_elemento *** Fim do For
    Tela_Edição.Show *** Mostrando Formulário de Edição
End Sub *** Fim do Botao Editar
```

### **Botão Calcular\_Flex**

```
Private Sub Botao_Calcular_Click()  
    *** Inicializando Formulário  
    Tela_Dados_Simulação.Show  
End Sub *** Fim do Botão Calcular_Flex
```

### **Botão Calcular\_Torc**

```
Private Sub Botao_Calcular_Torc_Click()  
    *** Inicializando Formulário  
    Tela_Sim_Torcional.Show  
End Sub *** Fim do Botao Calcular_Torc
```

### **Botão Salvar**

```
Private Sub Botao_Salvar_Click()  
  
    *** Variavel auxiliar  
    Dim i As Integer  
  
    *** Gravando dados do cenário atual na planilha DADOS_PROBLEMA  
    Worksheets("Dados_Problema").Range("C4").Value = ID_Elemento  
    For i = 18 To ID_Elemento + 17  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("B" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Nome_Elemento  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("C" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).L  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("D" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).de  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("E" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Di  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("F" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).j  
        Worksheets("Dados_Problema").Range("G" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Jx
```

```
Worksheets("Dados_Problema").Range("H" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).i  
Worksheets("Dados_Problema").Range("I" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Idia  
Worksheets("Dados_Problema").Range("J" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).k  
Worksheets("Dados_Problema").Range("K" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).GD2  
Worksheets("Dados_Problema").Range("L" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Massa  
Worksheets("Dados_Problema").Range("M" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).CC1  
Worksheets("Dados_Problema").Range("N" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).CC2  
Worksheets("Dados_Problema").Range("O" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Flag_Girosc  
Worksheets("Dados_Problema").Range("P" & i).Value = Sequencia_Elemento(i - 17).Flag_Empuxo  
Worksheets("Dados_Problema").Range("A" & i).Value = i - 17
```

Next i

End Sub \*\*\* Fim do Botao Salvar

## **Botão Quit**

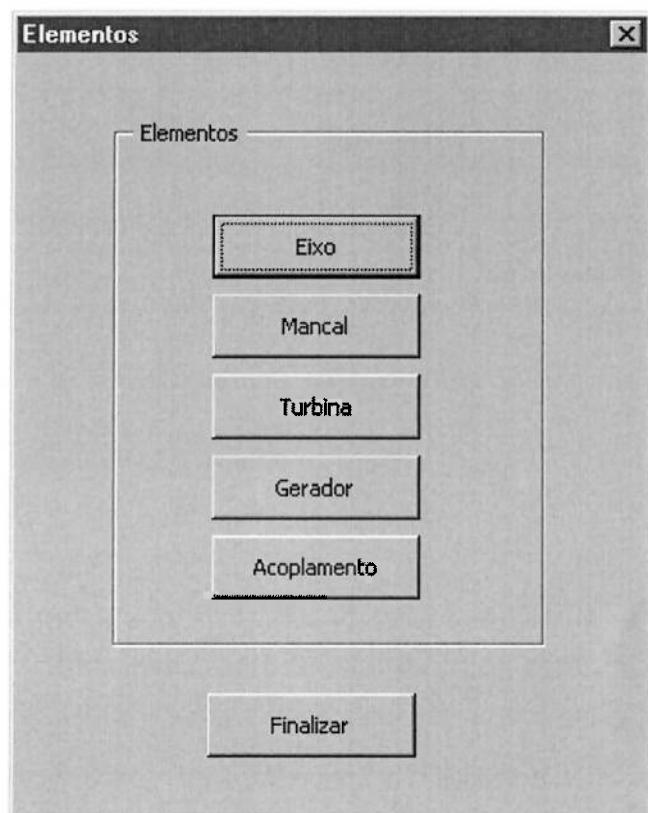
```
Private Sub Botao_Quit_Click()
```

Tela\_Principal.Hide \*\*\* Fechando Formulário Principal

Tela\_Salvar.Show \*\*\* Finalizando o Programa

End Sub \*\*\* Fim do Botao Quit

#### 9.4 Tela\_Elementos



## **Botao Eixo**

```
Private Sub Botao_Eixo_Click()
```

```
    *** Incluindo o Elemento
```

```
    ID_Elemento = ID_Elemento + 1
```

```
    *** Atualizando Caption
```

```
    Tela_Eixo.Frame_Eixo.Caption = "Elemento Eixo - ID: " & ID_Elemento
```

```
    *** Limpando Campos
```

```
    Tela_Eixo.Eixo_De.Text = ""
```

```
    Tela_Eixo.Eixo_Di.Text = ""
```

```
    Tela_Eixo.Eixo_Li.Text = ""
```

```
    Tela_Eixo.Eixo_Li.SetFocus
```

```
    *** Inicializando Formulário
```

```
    Tela_Eixo.Show
```

```
End Sub *** Fim do Botao Eixo
```

## **Botao Mancal**

```
Private Sub Botao_Mancal_Click()
```

```
    *** Incluindo elemento
```

```
    ID_Elemento = ID_Elemento + 1
```

```
    *** Atualizando Caption
```

```
    Tela_Mancal.Frame_Mancal.Caption = "Elemento Mancal - ID: " & ID_Elemento
```

```
    *** Inicializando Formulário
```

```
    Tela_Mancal.Botao_OK.SetFocus
```

```
    Tela_Mancal.Show
```

```
End Sub *** Fim Botao Mancal
```

## **Botao Turbina**

```
Private Sub Botao_Rotor_Click()  
  
    *** Incluindo elemento  
    ID_Elemento = ID_Elemento + 1  
  
    *** Atualizando Caption  
    Tela_Turbina.Frame_Turbina.Caption = "Elemento Turbina - ID: " & ID_Elemento  
  
    *** Inicializando Formulário  
    Tela_Turbina.L_Tur.SetFocus  
    Tela_Turbina.Show  
  
End Sub *** Fim do Botao Rotor
```

## **Botao Gerador**

```
Private Sub Botao_Gerador_Click()  
  
    *** Incluindo elemento  
    ID_Elemento = ID_Elemento + 1  
  
    *** Atualizando Caption  
    Tela_Gerador.Frame_Gerador.Caption = "Elemento Gerador - ID: " & ID_Elemento  
  
    *** Inicializando Formulário  
    Tela_Gerador.L_Ger.SetFocus  
    Tela_Gerador.Show  
  
End Sub *** Fim do Botao Gerador
```

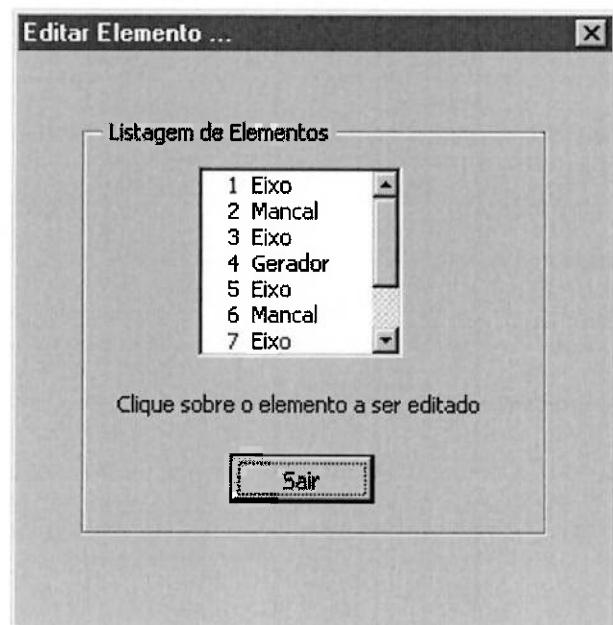
## **Botão Acoplamento**

```
Private Sub Botao_Acoplamento_Click()  
  
    *** Incluindo o Elemento  
    ID_Elemento = ID_Elemento + 1  
  
    *** Atualizando Caption  
    Tela_Acoplamento.Frame_Acoplamento.Caption = "Elemento Acoplamento - ID: " & ID_Elemento  
  
    *** Limpando Campos  
    Tela_Acoplamento.Acoplamento_De.Text = ""  
    Tela_Acoplamento.Acoplamento_Di.Text = ""  
    Tela_Acoplamento.Acoplamento_Li.Text = ""  
  
    Tela_Acoplamento.Acoplamento_Li.SetFocus  
  
    *** Inicializando Formulário  
    Tela_Acoplamento.Show  
  
End Sub *** Fim do Botão Acoplamento
```

## **Botão Finalizar**

```
Private Sub Botao_Finalizar_Click()  
  
    *** Encerrando Formulário  
    Tela_Elementos.Hide  
  
End Sub *** Fim Botão Finalizar
```

## 9.5 Tela\_Edição



## Campo Listagem dos Elementos

```
Private Sub Listagem_Click()
```

```
    '*** Variável auxiliar para Edição
```

```
    Dim i_elemento As Integer
```

```
    '*** Atualizando ID do Elemento a Atualizar
```

```
    i_elemento = Tela_Edição.Listagem.ListIndex + 1
```

```
ID_Elemento_Edição = i_elemento '*** a variável pública recebe o elemento a ser alterado
```

```
    '*** Testando qual elemento devemos editar
```

```
    Select Case Sequencia_Elemento(i_elemento).Nome_Elemento
```

```
        '*** Se o Elemento for Eixo
```

```
        Case "Eixo"
```

```
            Tela_Eixo_Edição.Frame_Eixo.Caption = "Elemento Eixo - ID: " & i_elemento
```

```
            Tela_Eixo_Edição.Eixo_De.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).de  
            Tela_Eixo_Edição.Eixo_Di.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Di  
            Tela_Eixo_Edição.Eixo_Li.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Li
```

```
            Tela_Eixo_Edição.Show
```

```
        '*** Se o Elemento for Acoplamento
```

```
        Case "Acoplamento"
```

```
            Tela_Acoplamento_Edição.Frame_Acoplamento.Caption = "Elemento Acoplamento - ID: " & i_elemento
```

```
            Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_De.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).de  
            Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_Di.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Di  
            Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_Li.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Li
```

```
            Tela_Acoplamento_Edição.Show
```

```
        '*** Se o Elemento for Rotor
```

```
        Case "Turbina"
```

```
        ** Recebe a altura**
```

```
Tela_Turbina_Edição.L_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).L  
** Recebe o GD2 **  
Tela_Turbina_Edição.GD2_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).GD2  
  
** Recebe a Massa **  
Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Massa  
  
*** Definindo se devemos calcular momento giroscópico  
If (Sequencia_Elemento(i_elemento).Flag_Girosc = True) Then  
    Tela_Turbina_Edição.Checar_Giroscopico.Value = True  
Else  
    Tela_Turbina_Edição.Checar_Giroscopico.Value = False  
End If  
  
** Recebe o Momento de Inércia Torcional**  
Tela_Turbina_Edição.J_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).j  
  
** Recebe o Momento de Massa**  
Tela_Turbina_Edição.I_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).i  
  
** Recebe o Momento de Inércia**  
Tela_Turbina_Edição.Jx_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Jx  
  
** Recebe o Momento de Massa Diametral **  
Tela_Turbina_Edição.Idia_Tur.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Idia  
  
Tela_Turbina_Edição.Frame_Turbina.Caption = "Elemento Turbina - ID: " & i_elemento  
Tela_Turbina_Edição.Show
```

\*\*\* Se o Elemento for Gerador

Case "Gerador"

```
** Recebe a alGera**  
Tela_Gerador_Edição.L_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).L  
  
** Recebe o GD2 **  
Tela_Gerador_Edição.GD2_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).GD2  
  
** Recebe a Massa **  
Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Massa  
  
** Recebe o Momento de Inércia Torcional**  
Tela_Gerador_Edição.J_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).j
```

```
** Recebe o Momento de Massa**  
Tela_Gerador_Edição.I_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).i  
** Recebe o Momento de Inércia**  
Tela_Gerador_Edição.Jx_Ger.Value = Sequencia_Elemento(i_elemento).Jx
```

\*\* Recebe o Momento de Massa Diametral \*\*

Tela\_Gerador\_Edição.Idia\_Ger.Value = Sequencia\_Elemento(i\_elemento).Idia

\*\*\* Definindo se devemos calcular momento giroscópico

```
If (Sequencia_Elemento(i_elemento).Flag_Girosc = True) Then  
    Tela_Gerador_Edição.Checar_Giroscopico.Value = True  
Else  
    Tela_Gerador_Edição.Checar_Giroscopico.Value = False  
End If
```

\*\*\* Definindo se devemos calcular Empuxo Magnético

```
If (Sequencia_Elemento(i_elemento).Flag_Empuxo = True) Then  
    Tela_Gerador_Edição.Checar_MagPull.Value = True  
    Tela_Gerador_Edição.Mag_Pull_Ger.Value = (Sequencia_Elemento(i_elemento).k) * 1000  
Else  
    Tela_Gerador_Edição.Checar_MagPull.Value = False  
End If
```

Tela\_Gerador\_Edição.Show

Tela\_Gerador\_Edição.Frame\_Gerador.Caption = "Elemento Gerador - ID: " & i\_elemento

\*\*\* Se o Elemento for Mancal

Case "Mancal"

```
If Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k <> 0 Then  
    Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value = 1 / Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k  
Else  
    Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value = Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k  
End If
```

Tela\_Mancal\_Edição.Show

Tela\_Mancal\_Edição.Frame\_Mancal.Caption = "Elemento Mancal - ID: " & i\_elemento

End Select \*\*\* Fim da Seleção

End Sub \*\*\* Fim da Rotina Listagem\_Click

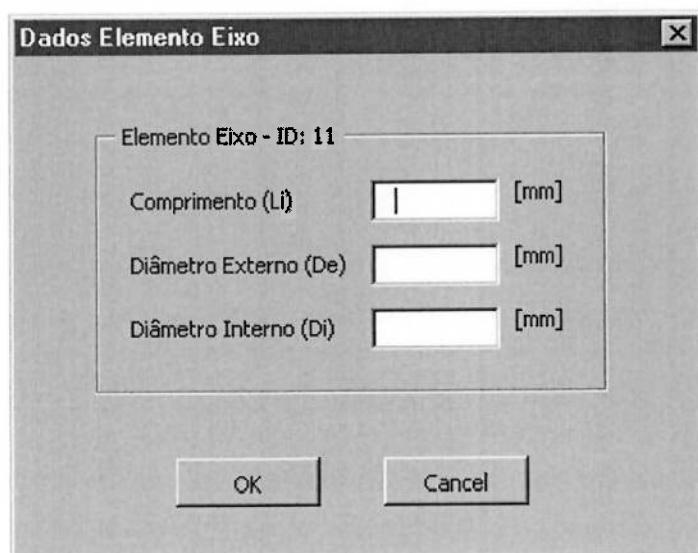
## Botão Sair

Private Sub Sair\_Click()

Tela\_Edição.Hide

End Sub

## 9.6 Tela\_Eixo



## **Botao OK**

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    *** Definindo o Elemento e seus dados
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Nome_Elemento = "Eixo"  
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).de = Tela_Eixo.Eixo_De.Value  
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Di = Tela_Eixo.Eixo_Di.Value  
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).L = Tela_Eixo.Eixo_Li.Value
```

```
    *** Definindo as condições de contorno associadas
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Q"  
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Eixo.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao OK
```

## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
```

```
    *** Cancelando Inclusão
```

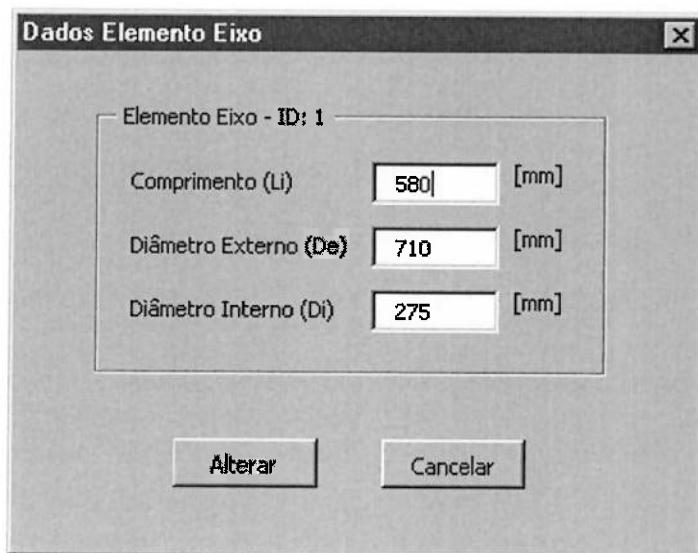
```
    ID_Elemento = ID_Elemento - 1
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Eixo.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.7 Tela\_Eixo\_Edição



## **Botao Alterar**

```
Private Sub Botao_Edita_Click()
```

```
    *** Salvando novas informações
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).de = Tela_Eixo_Edição.Eixo_De.Value
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Di = Tela_Eixo_Edição.Eixo_Di.Value
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).L = Tela_Eixo_Edição.Eixo_Li.Value
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Eixo_Edição.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao Editar
```

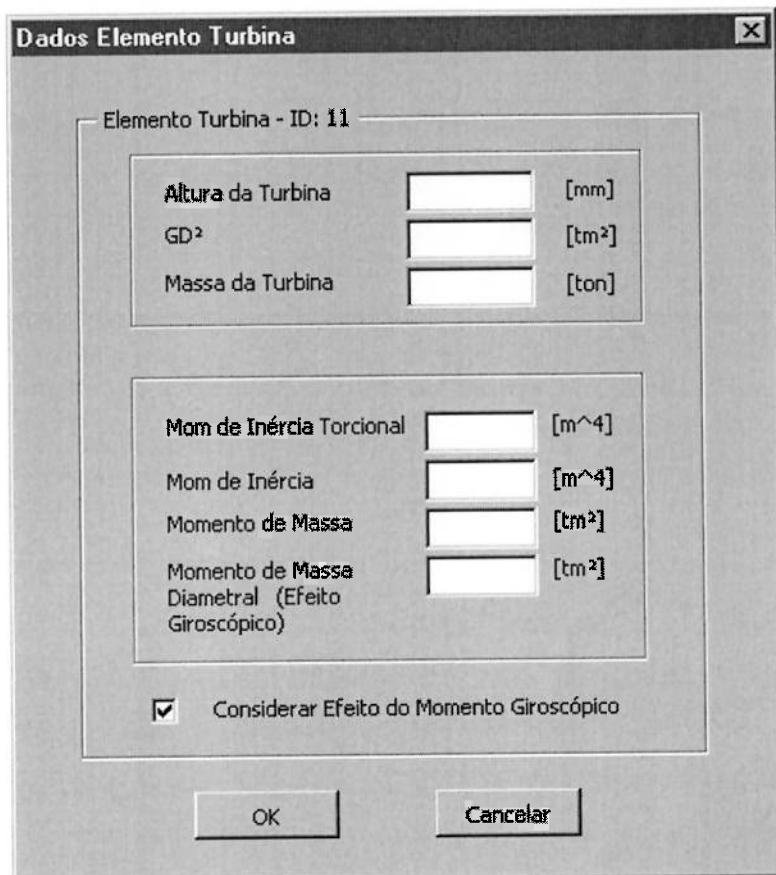
## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
```

```
    Tela_Eixo_Edição.Hide *** Encerrando Formulário
```

```
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.8 Tela\_Turbina



## Campo Massa da Turbina

Private Sub Massa\_Turb\_Change()

\*\*\*\* Declarando Variáveis de Cálculo

Dim Ix\_Area As Double

Dim Jx\_Area As Double

Dim Ix\_Massa As Double

Dim Idiaz\_Massa As Double

Dim D\_Ext As Double

Dim D\_Int As Double

\*\*\*\* Definindo Momento de Massa

Ix\_Massa = Tela\_Turbina.GD2\_Tur.Value / 4

\*\*\*\* Definindo Diâmetro Externo Equivalente

D\_Ext = (((((4 \* (Tela\_Turbina.Massa\_Turb.Value \* 1000) / (3.14 \* (Tela\_Turbina.L\_Tur.Value / 1000) \* 7850)) +  
(8 \* Ix\_Massa / (Tela\_Turbina.Massa\_Turb.Value))) / 2) ^ 0.5) \* 1000

\*\*\*\* Definindo Diâmetro Interno Equivalente

D\_Int = (((8 \* Ix\_Massa / (Tela\_Turbina.Massa\_Turb.Value)) - (D\_Ext / 1000) ^ 2) ^ 0.5) \* 1000

\*\*\*\* Definindo Momento de Área

Ix\_Area = (3.14 / 64) \* ((D\_Ext / 1000) ^ 4 - (D\_Int / 1000) ^ 4)

\*\*\*\* Definindo Momento Torcional de Área

Jx\_Area = 2 \* Ix\_Area

\*\*\*\* Definindo o Momento Diametral para Efeito Giroscópico

Idiaz\_Massa = (((Tela\_Turbina.Massa\_Turb.Value \* 1000) / 48) \* (3 \* (D\_Ext / 1000) ^ 2 + 3 \* (D\_Int / 1000) ^ 2 +  
4 \* (Tela\_Turbina.L\_Tur.Value / 1000) ^ 2)) / 1000

\*\*\* Atualizando Valores

```
Tela_Turbina.I_Tur.Value = Format(Ix_Massa, "#####0.00")
Tela_Turbina.Idia_Tur.Value = Format(Idiaz_Massa, "#####0.00")
Tela_Turbina.J_Tur.Value = Format(Ix_Area, "#####0.00")
Tela_Turbina.Jx_Tur.Value = Format(Jx_Area, "#####0.00")
```

\*\*\* Atualizando no Record

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).de = D_Ext
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Di = D_Int
```

End Sub \*\*\* Fim do Campo Massa\_Turb

## Botao OK

Private Sub OK\_Tur\_Click()

\*\*\* Definindo o Elemento e seus dados

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Nome_Elemento = "Turbina"
```

\*\* Recebe a altura\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).L = Tela_Turbina.L_Tur.Value
```

\*\* Recebe o GD2 \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).GD2 = Tela_Turbina.GD2_Tur.Value
```

\*\* Recebe a Massa \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Massa = Tela_Turbina.Massa_Turb.Value
```

\*\*\* Definindo se devemos calcular momento giroscópico

```
If (Tela_Turbina.Checar_Giroscopico.Value = True) Then
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Girosc = True  
Else  
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Girosc = False  
End If
```

\*\*\* Definindo as condições de contorno associadas

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Q"  
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

\*\* Recebe o Momento de Inércia Torcional\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).j = Tela_Turbina.J_Tur.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Massa\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).i = Tela_Turbina.I_Tur.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Inércia\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Jx = Tela_Turbina.Jx_Tur.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Massa Diametral \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Idia = Tela_Turbina.Idia_Tur.Value
```

\*\*\* Encerrando Formulário

```
Tela_Turbina.Hide
```

End Sub \*\*\* Fim do Botão OK

## **Botão Cancel**

```
Private Sub Cancel_Tur_Click()
```

\*\*\* Cancelando Inclusão

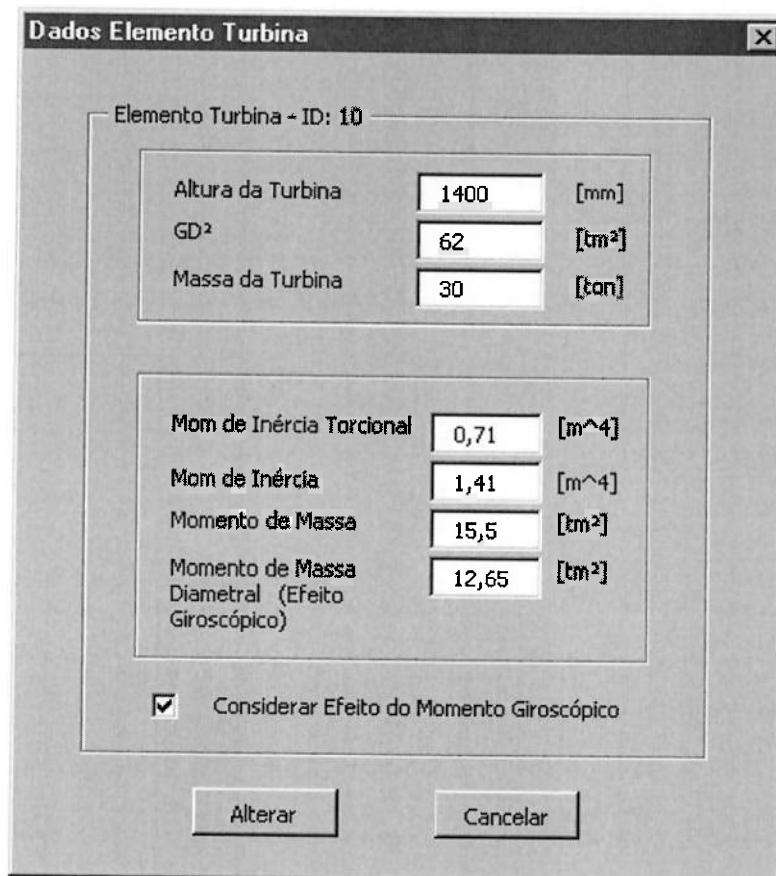
ID\_Elemento = ID\_Elemento - 1

\*\*\* Encerrando Formulário

Tela\_Turbina.Hide

End Sub \*\*\* Fim do Botão Cancel

## 9.9 Tela\_Turbina\_Edição



## Campo Massa da Turbina

```
Private Sub Massa_Turb_Change()
```

```
    *** Declarando Variáveis de Cálculo
```

```
    Dim Ix_Area As Double  
    Dim Jx_Area As Double  
    Dim Ix_Massa As Double  
    Dim Idiaz_Massa As Double  
    Dim D_Ext As Double  
    Dim D_Int As Double
```

```
    *** Definindo Momento de Massa
```

```
    Ix_Massa = Tela_Turbina_Edição.GD2_Tur.Value / 4
```

```
    *** Definindo Diâmetro Externo Equivalente
```

```
    D_Ext = (((4 * (Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value * 1000) / (3.14 * (Tela_Turbina_Edição.L_Tur.Value / 1000) * 7850)) + (8 * Ix_Massa / (Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value))) / 2) ^ 0.5) * 1000
```

```
    *** Definindo Diâmetro Interno Equivalente
```

```
    D_Int = ((8 * Ix_Massa / (Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value)) - (D_Ext / 1000) ^ 2) ^ 0.5) * 1000
```

```
    *** Definindo Momento de Área
```

```
    Ix_Area = (3.14 / 64) * ((D_Ext / 1000) ^ 4 - (D_Int / 1000) ^ 4)
```

```
    *** Definindo Momento Torcional de Área
```

```
    Jx_Area = 2 * Ix_Area
```

```
    *** Definindo o Momento Diametral para Efeito Giroscópico
```

```
    Idiaz_Massa = (((Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value * 1000) / 48) * (3 * (D_Ext / 1000) ^ 2 + 3 * (D_Int / 1000) ^ 2 + 4 * (Tela_Turbina_Edição.L_Tur.Value / 1000) ^ 2)) / 1000
```

```
    *** Atualizando Valores
```

```
    Tela_Turbina_Edição.I_Tur.Value = Format(Ix_Massa, "####0.00")  
    Tela_Turbina_Edição.Idia_Tur.Value = Format(Idiaz_Massa, "####0.00")  
    Tela_Turbina_Edição.J_Tur.Value = Format(Jx_Area, "####0.00")  
    Tela_Turbina_Edição.Di = D_Int
```

```
    *** Atualizando no Record
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).de = D_Ext  
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Di = D_Int
```

```
End Sub *** Fim do Campo Massa_Turb
```

## Botao Alterar

```
Private Sub Botao_Edita_Click()

    '** Recebe a altura**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).L = Tela_Turbina_Edição.L_Tur.Value

    '** Recebe o GD2 **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).GD2 = Tela_Turbina_Edição.GD2_Tur.Value

    '** Recebe a Massa **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Massa = Tela_Turbina_Edição.Massa_Turb.Value

    *** Definindo se devemos calcular momento giroscópico
    If (Tela_Turbina_Edição.Checar_Giroscopico.Value = True) Then

        Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Girosc = True

    Else

        Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Girosc = False

    End If

    ** Recebe o Momento de Inércia Torcional**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).j = Tela_Turbina_Edição.J_Tur.Value

    ** Recebe o Momento de Massa**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).i = Tela_Turbina_Edição.I_Tur.Value

    ** Recebe o Momento de Inércia**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Jx = Tela_Turbina_Edição.Jx_Tur.Value

    ** Recebe o Momento de Massa Diametral **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Idia = Tela_Turbina_Edição.Idia_Tur.Value

    *** Encerrando Formulário
    Tela_Turbina_Edição.Hide

End Sub *** Fim do Botao Editar
```

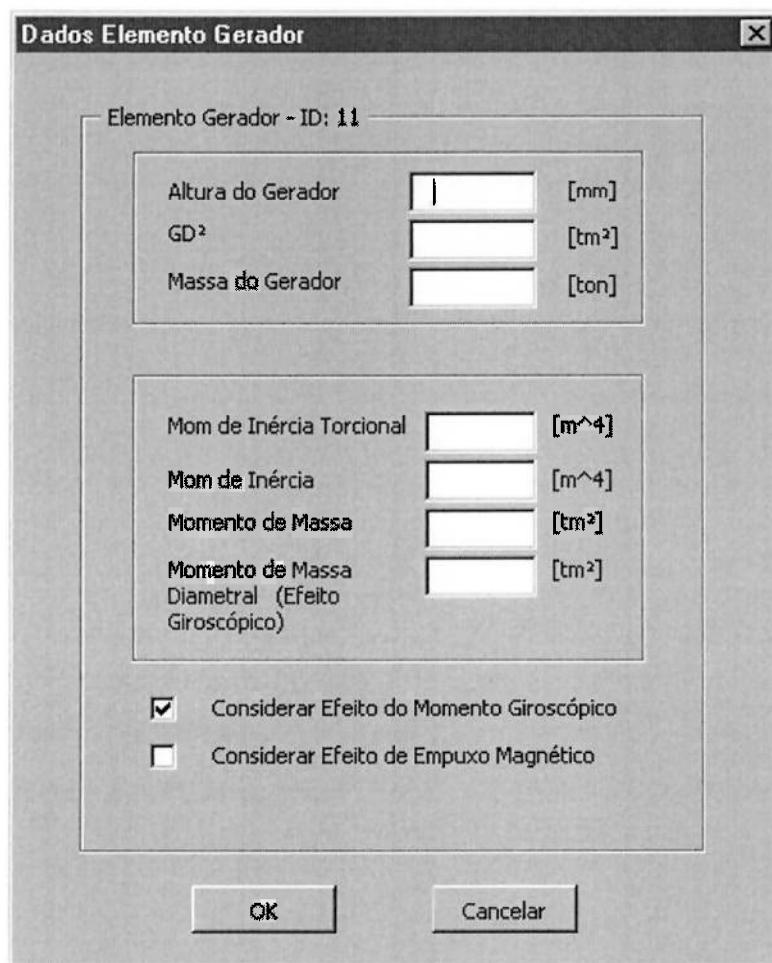
## Botao Cancel

```
Private Sub Cancel_Tur_Click()

    Tela_Turbina_Edição.Hide

End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.10 Tela\_Gerador



## Campo Massa do Gerador

```
Private Sub Massa_Ger_Change()
```

```
    '*** Declarando Variáveis de Cálculo
```

```
    Dim Ix_Area As Double
```

```
    Dim Jx_Area As Double
```

```
    Dim Ix_Massa As Double
```

```
    Dim Idiaz_Massa As Double
```

```
    Dim D_Ext As Double
```

```
    Dim D_Int As Double
```

```
    '*** Definindo Momento de Massa
```

```
    Ix_Massa = Tela_Gerador.GD2_Ger.Value / 4
```

```
    '*** Definindo Diâmetro Externo Equivalente
```

```
    D_Ext = (((4 * (Tela_Gerador.Massa_Ger.Value * 1000) / (3.14 * (Tela_Gerador.L_Ger.Value / 1000) * 7850)) +  
    (8 * Ix_Massa / (Tela_Gerador.Massa_Ger.Value))) / 2) ^ 0.5 * 1000
```

```
    '*** Definindo Diâmetro Interno Equivalente
```

```
    D_Int = (((8 * Ix_Massa / (Tela_Gerador.Massa_Ger.Value)) - (D_Ext / 1000) ^ 2) ^ 0.5 * 1000
```

```
    '*** Definindo Momento de Área
```

```
    Ix_Area = (3.14 / 64) * ((D_Ext / 1000) ^ 4 - (D_Int / 1000) ^ 4)
```

```
    '*** Definindo Momento Torcional de Área
```

```
    Jx_Area = 2 * Ix_Area
```

```
    '*** Definindo o Momento Diametral para Efeito Giroscópico
```

```
    Idiaz_Massa = (((Tela_Gerador.Massa_Ger.Value * 1000) / 48) * (3 * (D_Ext / 1000) ^ 2 + 3 * (D_Int / 1000) ^ 2 +  
    4 * (Tela_Gerador.L_Ger.Value / 1000) ^ 2)) / 1000
```

\*\*\* Atualizando Valores

```
Tela_Gerador.I_Ger.Value = Format(Ix_Massa, "####0.00")
Tela_Gerador.Idia_Ger.Value = Format(Idiaz_Massa, "####0.00")
Tela_Gerador.J_Ger.Value = Format(Ix_Area, "####0.00")
Tela_Gerador.Jx_Ger.Value = Format(Jx_Area, "####0.00")
```

\*\*\* Atualizando no Record

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).de = D_Ext
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Di = D_Int
```

```
End Sub *** Fim do Campo Massa_Ger
```

## Campo Considerar Efeito de Empuxo Magnético

```
Private Sub Checar_MagPull_Click()
    *** Habilitando Campo de Magnetic Pull
    If Tela_Gerador.Checar_MagPull.Value = True Then
        Tela_Gerador.Label_Mag_Pull_1.Visible = True
        Tela_Gerador.Mag_Pull_Ger.Visible = True
        Tela_Gerador.Label_Mag_Pull_2.Visible = True

        Tela_Gerador.Mag_Pull_Ger.SetFocus
    Else
        Tela_Gerador.Label_Mag_Pull_1.Visible = False
        Tela_Gerador.Mag_Pull_Ger.Visible = False
        Tela_Gerador.Label_Mag_Pull_2.Visible = False
    End If
End Sub *** Fim do Botao Checar_MagPull
```

## Botao OK

```
Private Sub OK_Ger_Click()
```

\*\*\* Definindo o Elemento e seus dados

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Nome_Elemento = "Gerador"
```

\*\* Recebe a altura do Gerador

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).L = Tela_Gerador.L_Ger.Value
```

\*\* Recebe o GD2 \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).GD2 = Tela_Gerador.GD2_Ger.Value
```

\*\* Recebe a Massa \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Massa = Tela_Gerador.Massa_Ger.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Inércia Torcional\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).j = Tela_Gerador.J_Ger.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Massa\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).i = Tela_Gerador.I_Ger.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Inércia\*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Jx = Tela_Gerador.Jx_Ger.Value
```

\*\* Recebe o Momento de Massa Diametral \*\*

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Idia = Tela_Gerador.Idia_Ger.Value
```

\*\*\* Definindo se devemos calcular momento giroscópico

```
If (Tela_Gerador.Checar_Giroscopico.Value = True) Then
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Girosc = True
```

```
Else
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Girosc = False
```

```
End If
```

```
*** Definindo se devemos calcular Empuxo Magnético
```

```
If (Tela_Gerador.Checar_MagPull.Value = True) Then
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Empuxo = True
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).k = Tela_Gerador.Mag_Pull_Ger.Value / 1000
```

```
Else
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Flag_Empuxo = False
```

```
End If
```

```
*** Definindo as condições de contorno associadas
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Q"
```

```
Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

```
*** Encerrando Formulário
```

```
Tela_Gerador.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botão OK_Ger
```

### **Botão Cancel**

```
Private Sub Cancel_Ger_Click()
```

```
*** Cancelando Inclusão
```

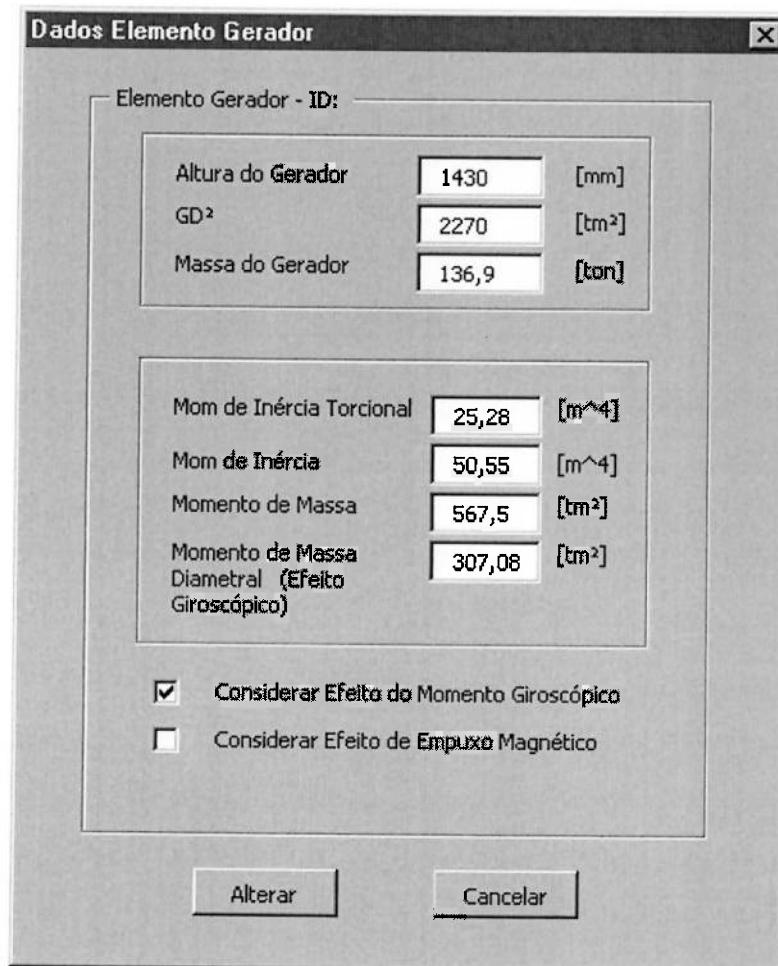
```
ID_Elemento = ID_Elemento - 1
```

```
*** Encerrando Formulário
```

```
Tela_Gerador.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botão Cancel
```

## 9.11 Tela\_Gerador\_Edição



## Campo Massa do Gerador

```
Private Sub Massa_Ger_Change()
```

```
    *** Declarando Variáveis de Cálculo
```

```
    Dim Ix_Area As Double  
    Dim Jx_Area As Double  
    Dim Ix_Massa As Double  
    Dim Idiaz_Massa As Double  
    Dim D_Ext As Double  
    Dim D_Int As Double
```

```
    *** Definindo Momento de Massa
```

```
    Ix_Massa = Tela_Gerador_Edição.GD2_Ger.Value / 4
```

```
    *** Definindo Diâmetro Externo Equivalente
```

```
    D_Ext = (((4 * (Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value * 1000) / (3.14 * (Tela_Gerador_Edição.L_Ger.Value / 1000) * 7850)) + (8 * Ix_Massa / (Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value))) / 2) ^ 0.5) * 1000
```

```
    *** Definindo Diâmetro Interno Equivalente
```

```
    D_Int = (((8 * Ix_Massa / (Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value)) - (D_Ext / 1000) ^ 2) ^ 0.5) * 1000
```

```
    *** Definindo Momento de Área
```

```
    Ix_Area = (3.14 / 64) * ((D_Ext / 1000) ^ 4 - (D_Int / 1000) ^ 4)
```

```
    *** Definindo Momento Torcional de Área
```

```
    Jx_Area = 2 * Ix_Area
```

```
    *** Definindo o Momento Diametral para Efeito Giroscópico
```

```
    Idiaz_Massa = (((Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value * 1000) / 48) * (3 * (D_Ext / 1000) ^ 2 + 3 * (D_Int / 1000) ^ 2 + 4 * (Tela_Gerador_Edição.L_Ger.Value / 1000) ^ 2)) / 1000
```

```
    *** Atualizando Valores
```

```
    Tela_Gerador_Edição.I_Ger.Value = Format(Ix_Massa, "#####0.00")
```

```
    Tela_Gerador_Edição.Idia_Ger.Value = Format(Idiaz_Massa, "#####0.00")
```

```
    Tela_Gerador_Edição.J_Ger.Value = Format(Ix_Area, "#####0.00")
```

```
    Tela_Gerador_Edição.Jx_Ger.Value = Format(Jx_Area, "#####0.00")
```

```
    *** Atualizando no Record
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).de = D_Ext
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Di = D_Int
```

```
End Sub *** Fim do Campo Massa_Ger
```

## Botao Considerar Efeito do Empuxo Magnético

```
Private Sub Checar_MagPull_Click()
    *** Habilitando Campo de Magnetic Pull
    If Tela_Gerador_Edição.Checar_MagPull.Value = True Then
        Tela_Gerador_Edição.Label_Mag_Pull_1.Visible = True
        Tela_Gerador_Edição.Mag_Pull_Ger.Visible = True
        Tela_Gerador_Edição.Label_Mag_Pull_2.Visible = True

        Tela_Gerador_Edição.Mag_Pull_Ger.SetFocus
    Else
        Tela_Gerador_Edição.Label_Mag_Pull_1.Visible = False
        Tela_Gerador_Edição.Mag_Pull_Ger.Visible = False
        Tela_Gerador_Edição.Label_Mag_Pull_2.Visible = False
    End If
End Sub *** Fim do Botao Checar_MagPull
```

## Botao Alterar

```
Private Sub Alterar_Botao_Click()
    ** Recebe a alGera**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).L = Tela_Gerador_Edição.L_Ger.Value

    ** Recebe o GD2 **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).GD2 = Tela_Gerador_Edição.GD2_Ger.Value

    ** Recebe a Massa **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Massa = Tela_Gerador_Edição.Massa_Ger.Value

    ** Recebe o Momento de Inércia Torcional**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).j = Tela_Gerador_Edição.J_Ger.Value

    ** Recebe o Momento de Massa**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).i = Tela_Gerador_Edição.I_Ger.Value

    ** Recebe o Momento de Inércia**
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Jx = Tela_Gerador_Edição.Jx_Ger.Value

    ** Recebe o Momento de Massa Diametral **
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Idia = Tela_Gerador_Edição.Idia_Ger.Value
```

\*\*\* Definindo se devemos calcular momento giroscópico

```
If (Tela_Gerador_Edição.Checar_Giroscopico.Value = True) Then
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Girosc = True
```

```
Else
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Girosc = False
```

```
End If
```

\*\*\* Definindo se devemos calcular Empuxo Magnético

```
If (Tela_Gerador_Edição.Checar_MagPull.Value = True) Then
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Empuxo = True
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k = Tela_Gerador_Edição.Mag_Pull_Ger.Value / 1000
```

```
Else
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Flag_Empuxo = False
```

```
End If
```

\*\*\* Encerrando Formulário

```
Tela_Gerador_Edição.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botão Alterar
```

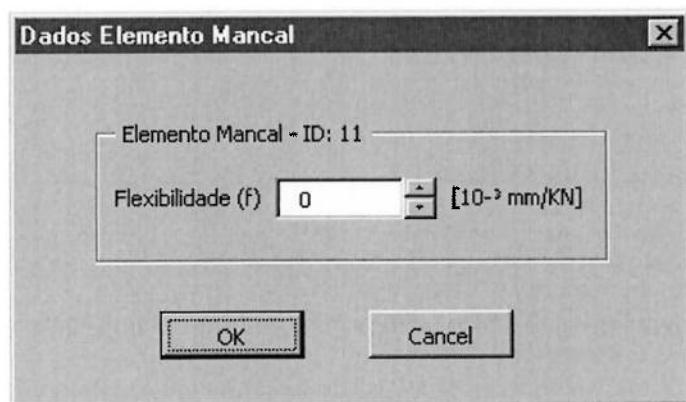
## **Botão Cancelar**

```
Private Sub Cancelar_Tur_Click()
```

```
    Tela_Gerador_Edição.Hide *** Encerrando Formulário
```

```
End Sub *** Fim do Botão Cancelar
```

## 9.12 Tela\_Mancal



## **Botao OK**

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    *** Definindo Elemento e seus Dados
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Nome_Elemento = "Mancal"
```

```
    If Tela_Mancal.Mancal_K.Value <> 0 Then
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).k = 1 / Tela_Mancal.Mancal_K.Value
```

```
    Else
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).k = Tela_Mancal.Mancal_K.Value
```

```
    End If
```

```
    *** Definindo Condições de Contornos Associadas
```

```
    If Sequencia_Elemento(ID_Elemento).k = 0 Then
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Y"
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

```
    Else
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Q"
```

```
        Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

```
    End If
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Mancal.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao OK
```

## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
```

```
    *** Cancelando Inclusão
```

```
    ID_Elemento = ID_Elemento - 1
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Mancal.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

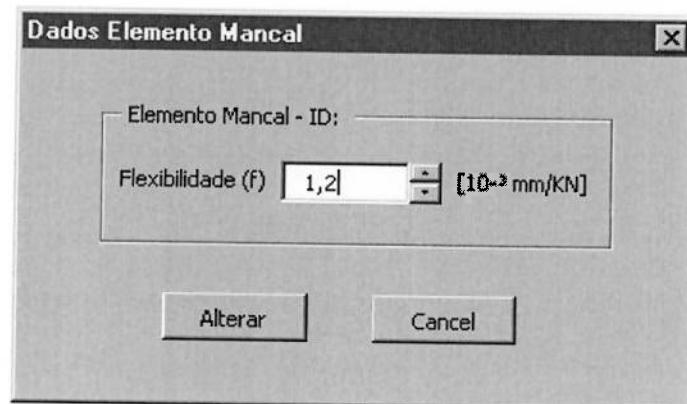
## **Botao da Flexibilidade**

```
Private Sub SpinButton1_Change()
```

```
    Tela_Mancal.Mancal_K.Value = Tela_Mancal.SpinButton1.Value / 10 + 0.1
```

```
End Sub *** Fim
```

### 9.13 Tela\_Mancal\_Edição



## **Botão Alterar**

```
Private Sub Botao_Alterar_Click()

If Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value <> 0 Then
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k = 1 / Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value
Else
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k = Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value
End If

*** Definindo Condições de Contornos Associadas

If Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).k = 0 Then
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).CC1 = "Y"
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).CC2 = "M"
Else
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).CC1 = "Q"
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).CC2 = "M"
End If

*** Encerrando Formulário

Tela_Mancal_Edição.Hide

End Sub *** Fim do Botao Alterar
```

## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()

    Tela_Mancal_Edição.Hide

End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

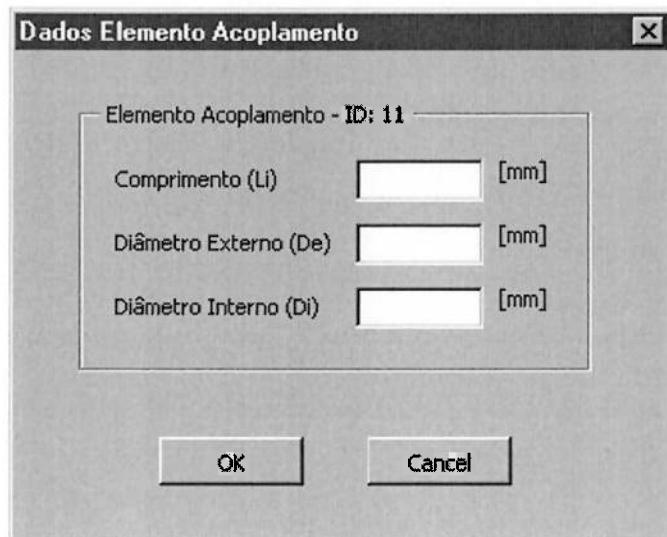
## **Botao da Flexibilidade**

```
Private Sub SpinButton1_Change()

    Tela_Mancal_Edição.Mancal_K.Value = Tela_Mancal_Edição.SpinButton1.Value / 10 + 0.1

End Sub *** Fim do Botao de Rotação
```

## 9.14 Tela\_Acoplamento



## **Botao OK**

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    *** Definindo o Elemento e seus dados
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Nome_Elemento = "Acoplamento"
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).de = Tela_Acoplamento.Acoplamento_De.Value
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).Di = Tela_Acoplamento.Acoplamento_Di.Value
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).L = Tela_Acoplamento.Acoplamento_Li.Value
```

```
    *** Definindo as condições de contorno associadas
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1 = "Q"
```

```
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC2 = "M"
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Acoplamento.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao OK
```

## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
```

```
    *** Cancelando Inclusão
```

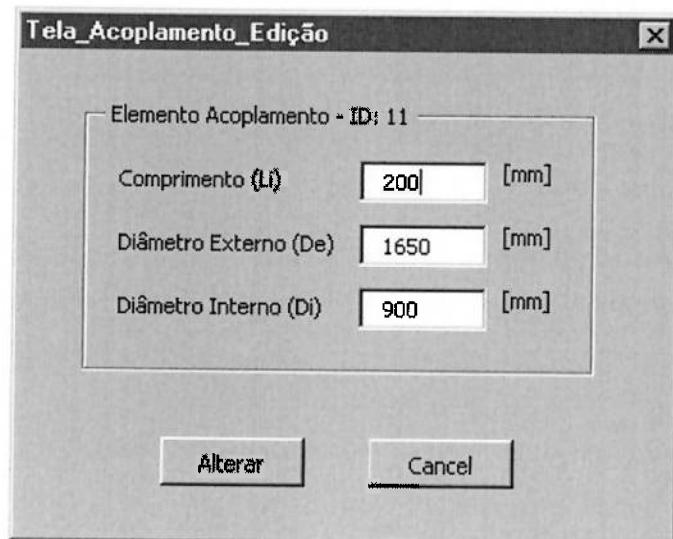
```
    ID_Elemento = ID_Elemento - 1
```

```
    *** Encerrando Formulário
```

```
    Tela_Acoplamento.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.15 Tela\_Acoplamento\_Edição



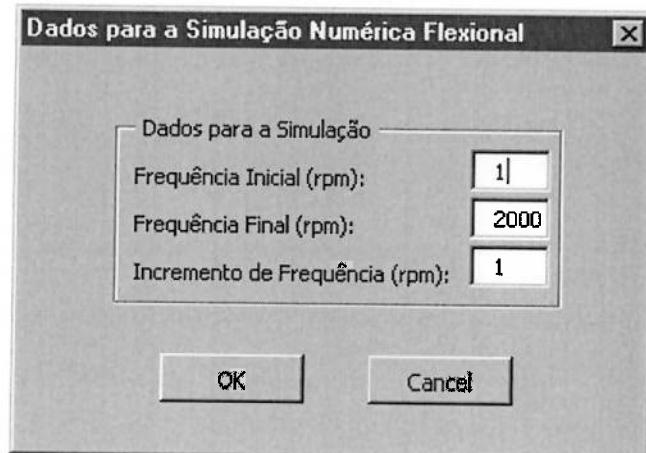
## **Botão Altera**

```
Private Sub Botao_Altera_Click()  
    *** Salvando novas informações  
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).de = Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_De.Value  
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).Di = Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_Di.Value  
    Sequencia_Elemento(ID_Elemento_Edição).L = Tela_Acoplamento_Edição.Acoplamento_Li.Value  
  
    *** Encerrando Formulário  
    Tela_Acoplamento_Edição.Hide  
  
End Sub *** Fim do Botao Editar
```

## **Botão Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()  
    *** Botao Cancel  
    Tela_Acoplamento_Edição.Hide *** Encerrando Formulário  
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.16 Tela\_Dados\_Simulação



## Botao OK

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    '*** Definindo Variáveis
```

```
    '***
```

```
    '***
```

```
    Dim Vol_Eixo As Double
```

```
    Dim Massa_Eixo As Double
```

```
    Dim Ro_Aco As Double
```

```
    Dim Md As Double      '*** Massa Distribuída
```

```
    Dim E_Aco As Double   '*** Modulo Elasticidade Aço
```

```
    Dim I_Secao As Double '*** Momento Inércia da Seção
```

```
    Dim F As Double '*** Variavel auxiliar F = E * I
```

```
    Dim fi As Double '*** Variável auxiliar
```

```
    Dim a As Double '*** Variáveis da Matriz
```

```
    Dim b As Double '*** Transferência do
```

```
    Dim c As Double '*** Sistema
```

```
    Dim D As Double '***
```

```
    Dim Td(1 To 4, 1 To 4) As Double '*** Matriz Massa Distribuida
```

```
    Dim Tk(1 To 4, 1 To 4) As Double '*** Matriz Mancal Elástico
```

```
    Dim T(1 To 4, 1 To 4) As Double '*** Matriz Sistema
```

```
    Dim T_Final(1 To 4, 1 To 4) As Double '*** Matriz com os coeficientes L.I.
```

```
    Dim T_Coefic_Intermed(1 To 4, 1 To 4) As Double '*** Matriz com coeficientes  
    '*** Intermediários
```

```
    '*** Definindo as Variaveis que armazenarao o  
    '*** valor da rotacao
```

```
    Dim w As Double
```

```
    Dim w_i As Double
```

```
    Dim w_f As Double
```

```
    Dim w_inc As Double
```

```
    '*** Definindo velocidade de Precessão
```

```
    Dim ni As Double
```

```
    '*** Variaveis para o cálculo do determinante
```

```
    Dim Det As Double
```

Dim Det\_Ant As Double  
Dim cont\_w\_critica As Integer

\*\*\* Auxiliar para manipulação da planilha

Dim linha As Integer

\*\*\* Auxiliar para percorrer elementos do sistema

Dim i\_elemento As Integer

Dim i\_elem As Integer \*\*\* contador numero particoes  
Dim i, j As Integer \*\*\* Contadores auxiliares

\*\*\* Variaveis auxiliares na multiplicacao

Dim T\_aux(1 To 4, 1 To 4) \*\*\* Matriz Auxiliar  
Dim im, jm, km As Integer \*\*\* Contadores Auxiliares Multiplicação

\*\*\* Outras variaveis auxiliares para o calculo  
\*\*\* do Mancal

Dim Cont\_Mancal As Integer

Dim Flag\_Mancal As Boolean

\*\*\* Variáveis do Calculo do Determinante

Dim i1, k, n, L, t1 As Integer

Dim x, c1, p, Det1 As Double

\*\*\* Inicializando o Determinante do Sistema

Det = 0

cont\_w\_critica = 0

linha = 5

\*\*\* Carregado constantes

Ro\_Aco = 7.85

E\_Aco = 206000000000#

\*\*\*

Cont\_Mancal = 2

\*\*\* Iniciando Variável w

```
w_i = (2 * 3.1415 / 60) * F_Inicial.Value  
w_f = (2 * 3.1415 / 60) * F_Final.Value  
w_inc = (2 * 3.1415 / 60) * Delta_F.Value
```

\*\*\*\* Informando que o processo de cálculo se iniciou

```
Application.StatusBar = "Calculando ... Aguarde!!"
```

\*\*\* Iniciando Interações

```
For w = w_i To w_f Step w_inc
```

\*\*\* Inicializando a Matriz do Sistema

```
For i = 1 To 4
```

```
    For j = 1 To 4
```

```
        T(i, j) = 0
```

```
    Next j
```

```
Next i
```

\*\*\* Iniciar a Matriz T como Identidade

```
For i = 1 To 4
```

```
    T(i, i) = 1
```

```
Next i
```

\*\*\* Inicializando a variável do Mancal Rígido

Cont\_Mancal = 2

Flag\_Mancal = False

\*\*\* Determinante Anterior (Armazenando)

```
Det_Ant = Det
```

\*\*\* Iniciando a Obtencao da  
\*\*\* Matriz de Transferencia  
\*\*\* para o valor de w atual

For i\_Elemento = 1 To ID\_Elemento

Select Case Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).Nome\_Elemento

\*\*\* Se o Elemento for Eixo

Case "Eixo" ' Modelagem - Massa Distribuída

\*\*\* Calculando a Massa do Eixo

\*\*\* Volume

Vol\_Eixo = (3.1415 \* (Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).de / 1000) ^ 2 / 4 - 3.1415 \*  
(Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).Di / 1000) ^ 2 / 4) \* (Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000)

\*\*\* Massa

Massa\_Eixo = Vol\_Eixo \* Ro\_Aco \* 1000

\*\*\* Calculo das Massas Distribuida

Md = Massa\_Eixo / (Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000)

\*\*\* Propriedades Geométricas do Eixo

I\_Secao = 3.1415 / 64 \* ((Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).de / 1000) ^ 4 -  
(Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).Di / 1000) ^ 4)

\*\*\* Variáveis da Matriz

F = E\_Aco \* I\_Secao

fi = ((Md \* w ^ 2) / F) ^ 0.25

a = 1 / 2 \* ((Exp(fi \* Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000) + Exp(-1 \* fi \*  
Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000)) / 2 + Cos(fi \* Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000))

b = 1 / 2 \* ((Exp(fi \* Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000) - Exp(-1 \* fi \*  
Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000)) / 2 + Sin(fi \* Sequencia\_Elemento(i\_Elemento).L / 1000))

$c = 1 / 2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Cos}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$

$D = 1 / 2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Sin}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$

\*\*\* Obtendo a Diagonal Principal

For i = 1 To 4

$Td(i, i) = a$

Next i

\*\*\* Obtendo os outros elementos

$Td(1, 2) = (b / f_1)$

$Td(1, 3) = (c / (f_1^2 * F))$

$Td(1, 4) = (D / (f_1^3 * F))$

$Td(2, 1) = (f_1 * D)$

$Td(2, 3) = (b / (f_1 * F))$

$Td(2, 4) = (c / (f_1^2 * F))$

$Td(3, 1) = (f_1^2 * c * F)$

$Td(3, 2) = (f_1 * D * F)$

$Td(3, 4) = (b / f_1)$

$Td(4, 1) = (f_1^3 * b * F)$

$Td(4, 2) = (f_1^2 * c * F)$

$Td(4, 3) = (f_1 * D)$

\*\*\* Matriz T recebe a multiplicação

\*\*\* de  $T^*Td$  (nessa ordem)

\*\*\*

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

$T_{aux}(im, jm) = 0$

For km = 1 To 4

$$T_{aux}(im, jm) = T_{aux}(im, jm) + T(im, km) * Td(km, jm)$$

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

$$T(im, jm) = T_{aux}(im, jm)$$

Next jm

Next im

\*\*\* Fim do Elemento Eixo

\*\*\* Se o Elemento for Mancal

Case "Mancal"

\*\*\* Mancal Flexível

If Sequencia\_Elemento(i\_elemento).k <> 0 Then

\*\*\* Definindo a Matriz para o Mancal Flexivel da Esquerda

For i = 1 To 4

$$Tk(i, i) = 1$$

Next i

$$Tk(4, 1) = -1 * Sequencia_Elemento(i_elemento).k * (1000000 / 0.001)$$

\*\*\* Matriz T recebe a multiplicação

\*\*\* de T\*Tk (nessa ordem)

\*\*\*

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

```
T_aux(im, jm) = 0
For km = 1 To 4
    T_aux(im, jm) = T_aux(im, jm) + T(im, km) * Tk(km, jm)
Next km
Next jm
Next im

For im = 1 To 4
    For jm = 1 To 4
        T(im, jm) = T_aux(im, jm)
    Next jm
Next im

End If *** Fim do Mancal Flexível

*** Mancal Rígido
If Sequencia_Elemento(i_elemento).k = 0 Then
    *** Verificando se o mancal não é extremidade do sistema
    If (i_elemento <> 1) And (i_elemento <> ID_Elemento) Then
        Cont_Mancal = Cont_Mancal + 1
    If Flag_Mancal = False Then
        Flag_Mancal = True
    Select Case Sequencia_Elemento(1).CC1
        Case "Y" *** Se CC1 é 'y' zerar primeira coluna
            For i = 1 To 4
                T(i, 1) = 0
            Next i
```

Case "TETA" \*\*\* Se CC1 é 'TETA' zerar segunda coluna

For i = 1 To 4

T(i, 2) = 0

Next i

Case "M" \*\*\* Se CC1 é 'M' zerar terceira coluna

For i = 1 To 4

T(i, 3) = 0

Next i

Case "Q" \*\*\* Se CC1 é 'Q' zerar quarta coluna

For i = 1 To 4

T(i, 4) = 0

Next i

End Select

Select Case Sequencia\_Elemento(1).CC2

Case "Y" \*\*\* Se CC2 é 'y' zerar primeira coluna

For i = 1 To 4

T(i, 1) = 0

Next i

Case "TETA" \*\*\* Se CC2 é 'TETA' zerar segunda coluna

For i = 1 To 4

T(i, 2) = 0

Next i

Case "M" \*\*\* Se CC3 é 'M' zerar terceira coluna

For i = 1 To 4

T(i, 3) = 0

Next i

Case "Q"    \*\*\* Se CC4 é 'Q' zerar quarta coluna

For i = 1 To 4

    T(i, 4) = 0

Next i

End Select

\*\*\* Último trecho inserido correspondendo

\*\*\* ao acerto do mancal (19/10/2000)

For i = 1 To 3

If T(1, i) = 0 And T(2, i) = 0 And T(3, i) = 0 And T(4, i) = 0 Then

    For j = 1 To 4

        T(j, i) = T(j, i + 1)

        T(j, i + 1) = 0

    Next j

End If

Next i

End If

\*\*\* Armazenando coeficientes da equação da singularidade  
\*\*\* que esta sendo tratada

For i = 1 To 4

    T(i, 4) = 0

Next i

For i = 1 To 4

    T\_Coefic\_Intermed(Cont\_Mancal - 2, i) = T(1, i)

Next i

\*\*\* Inserindo a singularidade no sistema

$T(4, \text{Cont\_Mancal}) = 1$

End If

End If \*\*\* Fim do Mancal Rígido

\*\*\* Fim do Elemento Mancal

\*\*\* Se o Elemento for Turbina

Case "Turbina"

\*\*\* Calculando a Massa do Eixo

\*\*\* Volume

$\text{Vol\_Eixo} = (3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 2 / 4 - 3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 2 / 4) * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$

\*\*\* Massa

$\text{Massa\_Eixo} = \text{Vol\_Eixo} * \text{Ro\_Aco} * 1000$

\*\*\* Calculo das Massas Distribuída

$Md = \text{Massa\_Eixo} / (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$

\*\*\* Propriedades Geométricas do Eixo

$I\_Secao = 3.1415 / 64 * ((\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 4 - (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 4)$

\*\*\* Variáveis da Matriz

$F = E\_Aco * I\_Secao$

$$f_i = ((M_d * w^2) / F)^{0.25}$$

$$a = 1/2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Cos}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$b = 1/2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Sin}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$c = 1/2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Cos}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$D = 1/2 * ((\text{Exp}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Sin}(f_i * \text{Sequencia_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

\*\*\* Obtendo a Diagonal Principal

For i = 1 To 4

$$T_d(i, i) = a$$

Next i

\*\*\* Obtendo os outros elementos

$$T_d(1, 2) = (b / f_i)$$

$$T_d(1, 3) = (c / (f_i^2 * F))$$

$$T_d(1, 4) = (D / (f_i^3 * F))$$

$$T_d(2, 1) = (f_i * D)$$

$$T_d(2, 3) = (b / (f_i * F))$$

$$T_d(2, 4) = (c / (f_i^2 * F))$$

$$T_d(3, 1) = (f_i^2 * c * F)$$

$$T_d(3, 2) = (f_i * D * F)$$

$$T_d(3, 4) = (b / f_i)$$

$$T_d(4, 1) = (f_i^3 * b * F)$$

$$T_d(4, 2) = (f_i^2 * c * F)$$

$$T_d(4, 3) = (f_i * D)$$

\*\*\* Verificar se análise deve levar em  
\*\*\* consideração o efeito giroscópico

```
If (Sequencia_Elemento(i_elemento).Flag_Girosc = True) Then
    *** Primeira aproximação
    *** precessão sincrona

    ni = 0.1 * w

    Td(3, 2) = Td(3, 2) + ((Sequencia_Elemento(i_elemento).i - Sequencia_Elemento(i_elemento).Idia) * 1000 * (2
    * w - ni) * ni)

    End If

    *** Fim verificação do momento giroscópico

    *** Matriz T recebe a multiplicação
    *** de T*Td (nessa ordem)
    ***

For im = 1 To 4
    For jm = 1 To 4
        T_aux(im, jm) = 0
        For km = 1 To 4
            T_aux(im, jm) = T_aux(im, jm) + T(im, km) * Td(km, jm)
        Next km
        Next jm
    Next im

For im = 1 To 4
    For jm = 1 To 4
        T(im, jm) = T_aux(im, jm)
    Next jm
    Next im

*** Fim do Elemento Rotor

*** Se o Elemento for Gerador
```

Case "Gerador"

\*\*\* Calculando a Massa do Eixo

\*\*\* Volume

$$\text{Vol\_Eixo} = (3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 2 / 4 - 3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 2 / 4) * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$$

\*\*\* Massa

$$\text{Massa\_Eixo} = \text{Vol\_Eixo} * \text{Ro\_Aco} * 1000$$

\*\*\* Calculo das Massas Distribuída

$$Md = \text{Massa\_Eixo} / (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$$

\*\*\* Propriedades Geométricas do Eixo

$$I\_Secao = 3.1415 / 64 * ((\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 4 - (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 4)$$

\*\*\* Variáveis da Matriz

$$F = E\_Aco * I\_Secao$$

$$fi = ((Md * w ^ 2) / F) ^ 0.25$$

$$a = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Cos}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$b = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Sin}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$c = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Cos}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$D = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Sin}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

\*\*\* Obtendo a Diagonal Principal

For i = 1 To 4

Td(i, i) = a

Next i

\*\*\* Obtendo os outros elementos

Td(1, 2) = (b / fi)

Td(1, 3) = (c / (fi ^ 2 \* F))

Td(1, 4) = (D / (fi ^ 3 \* F))

Td(2, 1) = (fi \* D)

Td(2, 3) = (b / (fi \* F))

Td(2, 4) = (c / (fi ^ 2 \* F))

Td(3, 1) = (fi ^ 2 \* c \* F)

Td(3, 2) = (fi \* D \* F)

Td(3, 4) = (b / fi)

Td(4, 1) = (fi ^ 3 \* b \* F)

Td(4, 2) = (fi ^ 2 \* c \* F)

Td(4, 3) = (fi \* D)

\*\*\* Verificar se análise deve levar em

\*\*\* consideração o efeito giroscópico

If (Sequencia\_Elemento(i\_elemento).Flag\_Girosc = True) Then

\*\*\* Primeira aproximação

\*\*\* precessão sincrona

ni = 0.1 \* w

Td(3, 2) = Td(3, 2) + ((Sequencia\_Elemento(i\_elemento).i - Sequencia\_Elemento(i\_elemento).Idia) \* 1000 \* (2 \* w - ni) \* ni)

End If

\*\*\* Fim verificação do momento giroscópico

\*\*\* Verificar se análise deve levar em  
\*\*\* consideração do Empuxo Magnético

If (Sequencia\_Elemento(i\_elemento).Flag\_Empuxo = True) Then

\*\*\* Primeira aproximação  
\*\*\* precessão sincrona

ni = w

Td(3, 2) = Td(3, 2) + ((Sequencia\_Elemento(i\_elemento).i - Sequencia\_Elemento(i\_elemento).Idia) \* 1000 \* (2  
\* w - ni) \* ni)

End If

\*\*\* Fim verificação do momento giroscópico

\*\*\* Matriz T recebe a multiplicação  
\*\*\* de T\*Td (nessa ordem)  
\*\*\*

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 4

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Td(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*\* Para levar em consideração o efeito do Empuxo  
\*\*\* Magnético vamos modelar como uma mola

\*\*\* Definindo a Matriz para o Empuxo Magnético

For i = 1 To 4

Tk(i, i) = 1

Next i

Tk(4, 1) = -1 \* Sequencia\_Elemento(i\_elemento).k \* (1000000 / 0.001)

\*\*\* Matriz T recebe a multiplicação

\*\*\* de T\*Tk (nessa ordem)

\*\*\*

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 4

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tk(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*\* Fim do Elemento Gerador

\*\*\* Se o Elemento for Acoplamento

Case "Acoplamento"

\*\*\* Calculando a Massa do Eixo

\*\*\* Volume

$$\text{Vol\_Eixo} = (3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 2 / 4 - 3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 2 / 4) * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$$

\*\*\* Massa

$$\text{Massa\_Eixo} = \text{Vol\_Eixo} * \text{Ro\_Aco} * 1000$$

\*\*\* Calculo das Massas Distribuida

$$Md = \text{Massa\_Eixo} / (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$$

\*\*\* Propriedades Geométricas do Eixo

$$I\_Secao = 3.1415 / 64 * ((\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000) ^ 4 - (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000) ^ 4)$$

\*\*\* Variáveis da Matriz

$$F = E\_Aco * I\_Secao$$

$$fi = ((Md * w ^ 2) / F) ^ 0.25$$

$$a = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Cos}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$b = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 + \text{Sin}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$c = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) + \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Cos}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

$$D = 1 / 2 * ((\text{Exp}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) - \text{Exp}(-1 * fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)) / 2 - \text{Sin}(fi * \text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000))$$

\*\*\* Obtendo a Diagonal Principal

For i = 1 To 4

$$Td(i, i) = a$$

Next i

\*\*\* Obtendo os outros elementos

$$Td(1, 2) = (b / f_i)$$

$$Td(1, 3) = (c / (f_i^2 * F))$$

$$Td(1, 4) = (D / (f_i^3 * F))$$

$$Td(2, 1) = (f_i * D)$$

$$Td(2, 3) = (b / (f_i * F))$$

$$Td(2, 4) = (c / (f_i^2 * F))$$

$$Td(3, 1) = (f_i^2 * c * F)$$

$$Td(3, 2) = (f_i * D * F)$$

$$Td(3, 4) = (b / f_i)$$

$$Td(4, 1) = (f_i^3 * b * F)$$

$$Td(4, 2) = (f_i^2 * c * F)$$

$$Td(4, 3) = (f_i * D)$$

\*\*\* Matriz T recebe a multiplicação

\*\*\* de  $T^* Td$  (nessa ordem)

\*\*\*

For im = 1 To 4

For jm = 1 To 4

$$T_{aux}(im, jm) = 0$$

For km = 1 To 4

$$T_{aux}(im, jm) = T_{aux}(im, jm) + T(im, km) * Td(km, jm)$$

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 4

```
For jm = 1 To 4
    T(im, jm) = T_aux(im, jm)
Next jm
Next im

*** Fim do Elemento Acoplamento

End Select *** Fim da Instrução Case

Next i_elemento *** Fim do Loop para percorrer Elementos

*** Montando T_Final

Select Case Sequencia_Elemento(ID_Elemento).CC1
Case "Y" *** Se CC1 é 'y' copiar primeira coluna
    For i = 1 To 4
        T_Final(1, i) = T(1, i)
    Next i
Case "TETA" *** Se CC1 é 'TETA' copiar segunda coluna
    For i = 1 To 4
        T_Final(1, i) = T(2, i)
    Next i
Case "M" *** Se CC1 é 'M' copiar terceira coluna
    For i = 1 To 4
        T_Final(1, i) = T(3, i)
    Next i
Case "Q" *** Se CC1 é 'Q' copiar quarta coluna
    For i = 1 To 4
        T_Final(1, i) = T(4, i)
```

Next i

End Select

Select Case Sequencia\_Elemento(ID\_Elemento).CC2

Case "Y" \*\*\* Se CC2 é 'y' copiar primeira coluna

For i = 1 To 4

T\_Final(2, i) = T(1, i)

Next i

Case "TETA" \*\*\* Se CC2 é 'TETA' copiar segunda coluna

For i = 1 To 4

T\_Final(2, i) = T(2, i)

Next i

Case "M" \*\*\* Se CC2 é 'M' copiar terceira coluna

For i = 1 To 4

T\_Final(2, i) = T(3, i)

Next i

Case "Q" \*\*\* Se CC2 é 'Q' copiar quarta coluna

For i = 1 To 4

T\_Final(2, i) = T(4, i)

Next i

End Select

If Cont\_Mancal <> 2 Then

For i = 1 To Cont\_Mancal - 2

For j = 1 To 4

T\_Final(i + 2, j) = T\_Coefic\_Intermed(i, j)

Next j

Next i

End If

\*\*\* Cálculo do Determinante que nos fornecera a frequência Crítica

\*\*\* Cálculo do Pivo  $a(k,k)$  que é o maior elemento da coluna k

n = Cont\_Mancal

t1 = 0

For k = 1 To n - 1

For i = k + 1 To n

If Abs(T\_Final(k, k)) >= Abs(T\_Final(i, k)) Then

Else

t1 = t1 + 1

For L = 1 To n

x = T\_Final(k, L)

T\_Final(k, L) = T\_Final(i, L)

T\_Final(i, L) = x

Next L

End If

Next i

p = T\_Final(k, k)

If Abs(p) > 0.00001 Then

\*\*\* Escalonamento inferior ( $a(i,j)=0$  para  $i>j$ )

\*\*\* surgindo como subproduto o determinante D

For i = k + 1 To n

c1 = T\_Final(i, k)

For j = k + 1 To n

T\_Final(i, j) = T\_Final(i, j) - c1 \* T\_Final(k, j) / p

Next j

Next i

Else

Det1 = 0

End If

Next k

\*\*\* Cálculo do determinante que será o produto dos elementos  
\*\*\* da diagonal principal

Det1 = T\_Final(1, 1)

For k = 2 To n

Det1 = Det1 \* T\_Final(k, k)

Next k

\*\*\* Cálculo do Sinal do Determinante (igual a (-1)^no. de trocas)  
\*\*\* sem usar a função correspondente (Função y^x)

Det1 = (1 - 2 \* t1 + 4 \* Int(t1 / 2)) \* Det1

Det = Det1

\*\*\* Neste ponto o sistema esta totalmente  
\*\*\* construido

\*\*\* Verificar se houve mudança de sinal com o  
\*\*\* determinante antigo  
\*\*\* se sim procurar refinar de alguma forma  
\*\*\*

\*\*\* Mostrar resultados

If ((Det \* Det\_Ant) < 0) Then

cont\_w\_critica = cont\_w\_critica + 1

```
Tela_Resultados.Vibração_Frame.Caption = "Vibrações Flexionais"

Tela_Resultados.Label_crit_1.Caption = "[rpm]"
Tela_Resultados.Label_crit_2.Caption = "[rpm]"
Tela_Resultados.Label_crit_3.Caption = "[rpm"]

If (cont_w_critica = 1) Then
    Tela_Resultados.Crit_1.Value = Format((w - w_inc) * (60 / (2 * 3.1415)), "###0")
End If

If (cont_w_critica = 2) Then
    Tela_Resultados.Crit_2.Value = Format((w - w_inc) * (60 / (2 * 3.1415)), "###0")
End If

If (cont_w_critica = 3) Then
    Tela_Resultados.Crit_3.Value = Format((w - w_inc) * (60 / (2 * 3.1415)), "###0")
End If

End If
```

Next w

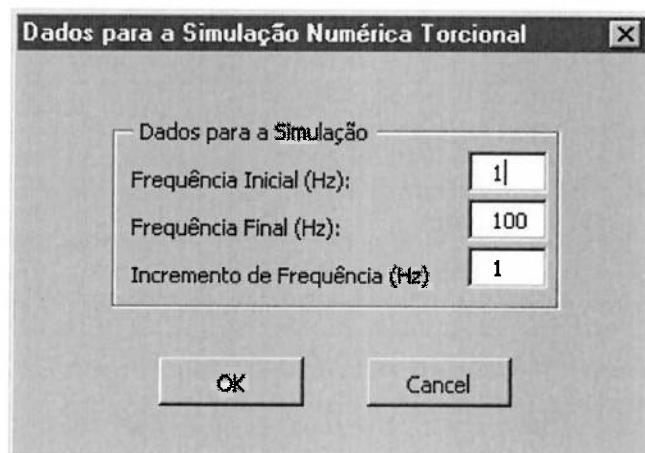
```
Application.StatusBar = False

Tela_Dados_Simulação.Hide
Tela_Resultados.Botao_OK.SetFocus
Tela_Resultados.Show
End Sub *** Fim do Botao OK
```

### **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
    Tela_Dados_Simulação.Hide  *** Encerrando Formulário
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

### 9.17 Tela\_Sim\_Torcional



## Botao OK

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    '*** Definindo Variáveis
```

```
    '***
```

```
    '***
```

```
Dim linha As Integer
```

```
Dim Vol_Eixo As Double
```

```
Dim Massa_Eixo As Double
```

```
Dim Ro_Aco As Double
```

```
Dim E_Aco As Double '*** Modulo Elasticidade Aço
```

```
Dim I_Secao As Double '*** Momento Inércia da Seção
```

```
Dim I_Mass As Double '*** Momento de Massa da Seção
```

```
Dim Tc_g(2, 2) As Double '*** Matriz Campo do Gerador
```

```
Dim Tp_g(2, 2) As Double '*** Matriz Ponto do Gerador
```

```
Dim Tc_t(2, 2) As Double '*** Matriz Campo da Turbina
```

```
Dim Tp_t(2, 2) As Double '*** Matriz Ponto da Turbina
```

```
'*****
```

```
Dim T(2, 2) As Double '*** Matriz Global
```

```
Dim Tp(2, 2) As Double '*** Matriz Ponto do Eixo
```

```
Dim Tc(2, 2) As Double '*** Matriz Campo do Eixo
```

```
Dim T_aux(2, 2) As Double
```

```
Dim L As Double '*** Comprimento da partição do eixo
```

```
Dim Mass As Double '*** Massa do Eixo
```

```
Dim G As Double '**** Módulo de Rigidez Torcional
```

```
Dim im As Integer
```

```
Dim km As Integer
```

```
Dim jm As Integer
```

```
Dim aux3 As Double
```

```
Dim LGer As Double '****Comprimento da Partição do Gerador
```

```
Dim IGer As Double '****Momento de Massa do Gerador
```

```
Dim JGer As Double '****Momento de Inércia Torcional do Gerador
```

```
Dim LTur As Double '****Comprimento da Partição da Turbina
```

```
Dim ITur As Double '****Momento de Massa da Turbina
```

```
Dim JTur As Double '****Momento de Inércia Torcional da Turbina
```

```
'*** Definindo as Variaveis que armazenarao o
```

```
'*** valor da rotacao
```

```
Dim w As Double
```

```
Dim w_i As Double
```

```
Dim w_f As Double
```

```
Dim w_inc As Double
```

Dim cont\_w\_critica As Integer   \*\*\* Quanta velocides criticas  
                                      \*\*\* ja foram determinadas

Dim Det As Double   \*\*\* Determinante de frequencias  
Dim Det\_Ant As Double   \*\*\* Determinante auxiliar

Dim i\_elemento As Integer  
Dim aux1, aux2 As Integer

Dim i\_elem As Integer \*\*\* contador numero particoes

G = 79300000000#

Ro\_Aco = 7.85

E\_Aco = 206000000000#

Det = 0

\*\*\* Iniciando Variável w

w\_i = (2 \* 3.1415) \* F\_Inicial.Value  
w\_f = (2 \* 3.1415) \* F\_Final.Value  
w\_inc = (2 \* 3.1415) \* Delta\_F.Value

\*\*\* Iniciando Interações

linha = 5

For w = w\_i To w\_f Step w\_inc

\*\*\* Armazenando resultado anterior

Det\_Ant = Det

\*\*\* Inicializando a Matriz do Sistema

For aux1 = 1 To 2

    For aux2 = 1 To 2

        T(aux1, aux2) = 0

    Next aux2

Next aux1

\*\*\* Iniciar a Matriz T como Identidade

For aux1 = 1 To 2

```
T(aux1, aux1) = 1

Next aux1

For i_elemento = 1 To ID_Elemento

Select Case Sequencia_Elemento(i_elemento).Nome_Elemento

    *** Se o Elemento for Eixo

    Case "Eixo"

        *** Calculando a Massa do Eixo
        *** Volume

        Vol_Eixo = (3.1415 * (Sequencia_Elemento(i_elemento).de / 1000) ^ 2 / 4 - 3.1415 *
        (Sequencia_Elemento(i_elemento).Di / 1000) ^ 2 / 4) * (Sequencia_Elemento(i_elemento).L / 1000)

        *** Massa

        Massa_Eixo = Vol_Eixo * Ro_Aco * 1000

        *** Propriedades Geométricas do Eixo

        I_Secao = 3.1415 / 32 * ((Sequencia_Elemento(i_elemento).de / 1000) ^ 4 -
        (Sequencia_Elemento(i_elemento).Di / 1000) ^ 4)

        I_Mass = Massa_Eixo * ((Sequencia_Elemento(i_elemento).de / 1000) ^ 2 +
        (Sequencia_Elemento(i_elemento).Di / 1000) ^ 2) / 8

        L = (Sequencia_Elemento(i_elemento).L / 1000) / 100

        *** Construindo a Matriz ponto e Campo do Eixo
        **Matriz campo do EIXO**

        Tc(1, 1) = 1
        Tc(1, 2) = ((L * 100) / (100 + 1)) / (G * I_Secao)
        Tc(2, 1) = 0
        Tc(2, 2) = 1

        **Matriz ponto do EIXO**

        Tp(1, 1) = 1
        Tp(1, 2) = 0
        Tp(2, 1) = -w ^ 2 * (I_Mass / 100)
        Tp(2, 2) = 1

aux3 = 0
```

\*\*Multiplicação de Tc\*Tp(100)vezes\*\* EIXO\*\*

While (aux3 < 100)

\*\*Multiplicação T \* Tc

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*multiplicação T\*Tp\*\*EIXO\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tp(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

aux3 = aux3 + 1

Wend

\*\* Multiplicação T \* a ultima matriz campo Tc \*\*EIXO\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm  
Next im

\*\*\* Fim do Elemento Eixo

\*\*\* Se o Elemento for Rotor

Case "Turbina"

```
LTur = (Sequencia_Elemento(i_elemento).L / 1000) / 100
JTur = Sequencia_Elemento(i_elemento).j
ITur = Sequencia_Elemento(i_elemento).i * 1000
```

\*\*Matriz campo da TURBINA\*\*

```
Tc_t(1, 1) = 1
Tc_t(1, 2) = (LTur * 100 / (100 + 1)) / (G * JTur)
Tc_t(2, 1) = 0
Tc_t(2, 2) = 1
```

\*\*Matriz ponto da TURBINA\*\*

```
Tp_t(1, 1) = 1
Tp_t(1, 2) = 0
Tp_t(2, 1) = -w ^ 2 * ITur / 100
Tp_t(2, 2) = 1
```

aux3 = 0

\*\*Multiplicação de Tc\*Tp(n)vezes\*\* Turbina\*\*

While (aux3 < 100)

\*\*Multiplicação T \* Tc

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

    T\_aux(im, jm) = 0

    For km = 1 To 2

        T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc\_t(km, jm)

    Next km

    Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

    T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

    Next jm

Next im

\*\*multiplicação T\*Tp\*\*Turbina\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

    T\_aux(im, jm) = 0

    For km = 1 To 2

```

T_aux(im, jm) = T_aux(im, jm) + T(im, km) * Tp_t(km, jm)
Next km
Next jm
Next im

```

```

For im = 1 To 2
  For jm = 1 To 2
    T(im, jm) = T_aux(im, jm)
  Next jm
Next im

```

aux3 = aux3 + 1

Wend

\*\* Multiplicação T \* a ultima matriz campo Tc \*\*Turbina\*\*

```

For im = 1 To 2
  For jm = 1 To 2
    T_aux(im, jm) = 0
    For km = 1 To 2
      T_aux(im, jm) = T_aux(im, jm) + T(im, km) * Tc_t(km, jm)
    Next km
  Next jm
Next im

```

```

For im = 1 To 2
  For jm = 1 To 2
    T(im, jm) = T_aux(im, jm)
  Next jm
Next im

```

\*\*\* Fim do Elemento Rotor

\*\*\* Se o Elemento for Gerador

Case "Gerador"

```

LGer = (Sequencia_Elemento(i_elemento).L / 1000) / 100
JGer = Sequencia_Elemento(i_elemento).j
IGer = Sequencia_Elemento(i_elemento).i * 1000

```

\*\*Matriz campo da Gerador\*\*

```

Tc_g(1, 1) = 1
Tc_g(1, 2) = (LGer * 100 / (100 + 1)) / (G * JGer)
Tc_g(2, 1) = 0
Tc_g(2, 2) = 1

```

\*\*Matriz ponto da Gerador\*\*

```

Tp_g(1, 1) = 1
Tp_g(1, 2) = 0
Tp_g(2, 1) = -w ^ 2 * IGer / 100
Tp_g(2, 2) = 1

```

aux3 = 0

\*\*Multiplicação de Tc\*Tp(n)vezes\*\* Gerador\*\*

While (aux3 < 100)

\*\*Multiplicação T \* Tc

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc\_g(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*multiplicação T\*Tp\*\*Gerador\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tp\_g(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

aux3 = aux3 + 1

Wend

\*\* Multiplicação T \* a ultima matriz campo Tc \*\*Gerador\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc\_g(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)  
Next jm  
Next im

\*\*\* Fim do Elemento Gerador

\*\*\* Se o Elemento for Acoplamento

Case "Acoplamento"

\*\*\* Calculando a Massa do Acoplamento

\*\*\* Volume

$$\text{Vol\_Acopl} = (3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000)^2 / 4 - 3.1415 * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000)^2 / 4) * (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000)$$

\*\*\* Massa

$$\text{Massa\_Acopl} = \text{Vol\_Acopl} * \text{Ro\_Aco} * 1000$$

\*\*\* Propriedades Geométricas do Acoplamento

$$I\_Secao = 3.1415 / 32 * ((\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000)^4 - (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000)^4)$$

$$I\_Mass = \text{Massa\_Acopl} * ((\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).de / 1000)^2 + (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).Di / 1000)^2) / 8$$

$$L = (\text{Sequencia\_Elemento}(i\_elemento).L / 1000) / 100$$

\*\*\* Construindo a Matriz ponto e Campo do Acoplamento

\*\*Matriz campo do Acoplamento\*\*

$$\begin{aligned} Tc(1, 1) &= 1 \\ Tc(1, 2) &= ((L * 100) / (100 + 1)) / (G * I\_Secao) \\ Tc(2, 1) &= 0 \\ Tc(2, 2) &= 1 \end{aligned}$$

\*\*Matriz ponto do Acoplamento\*\*

$$\begin{aligned} Tp(1, 1) &= 1 \\ Tp(1, 2) &= 0 \\ Tp(2, 1) &= -w^2 * (I\_Mass / 100) \\ Tp(2, 2) &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{aux3} = 0$$

\*\*Multiplicação de Tc\*Tp(100)vezes \*\* Acoplamento\*\*

While (aux3 < 100)

\*\*Multiplicação T \* Tc

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*multiplicação T\*Tp \*\*Acoplamento\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tp(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

aux3 = aux3 + 1

Wend

\*\* Multiplicação T \* a ultima matriz campo Tc \*\*Acoplamento\*\*

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = 0

For km = 1 To 2

T\_aux(im, jm) = T\_aux(im, jm) + T(im, km) \* Tc(km, jm)

Next km

Next jm

Next im

For im = 1 To 2

For jm = 1 To 2

T(im, jm) = T\_aux(im, jm)

Next jm

Next im

\*\*\* Fim do Elemento Acoplamento

End Select \*\*\* Fim da Instrução Case

Next i\_elemento \*\*\* Fim do Loop para percorrer Elementos

\*\*\* Neste ponto o sistema esta totalmente  
\*\*\* construido

\*\*\* Devemos encontrar o valor de w que zere o determinante

Det = T(2, 1)

\*\*\* Mostrar resultados

If ((Det \* Det\_Ant) < 0) Then

cont\_w\_critica = cont\_w\_critica + 1

Tela\_Resultados.Vibração\_Frame.Caption = "Vibrações Torcionais"

Tela\_Resultados.Label\_crit\_1.Caption = "[Hz]"

Tela\_Resultados.Label\_crit\_2.Caption = "[Hz]"

Tela\_Resultados.Label\_crit\_3.Caption = "[Hz]"

If (cont\_w\_critica = 1) Then

Tela\_Resultados.Crit\_1.Value = Format((w - w\_inc) / (2 \* 3.1415), "###0.0")

End If

If (cont\_w\_critica = 2) Then

Tela\_Resultados.Crit\_2.Value = Format((w - w\_inc) / ((2 \* 3.1415)), "###0.0")

End If

If (cont\_w\_critica = 3) Then

Tela\_Resultados.Crit\_3.Value = Format((w - w\_inc) / ((2 \* 3.1415)), "###0.0")

End If

End If

Next w

Tela\_Sim\_Torcional.Hide

Tela\_Resultados.Botao\_OK.SetFocus

Tela\_Resultados.Show

End Sub \*\*\* Fim do Botao OK

### **Botao Cancel**

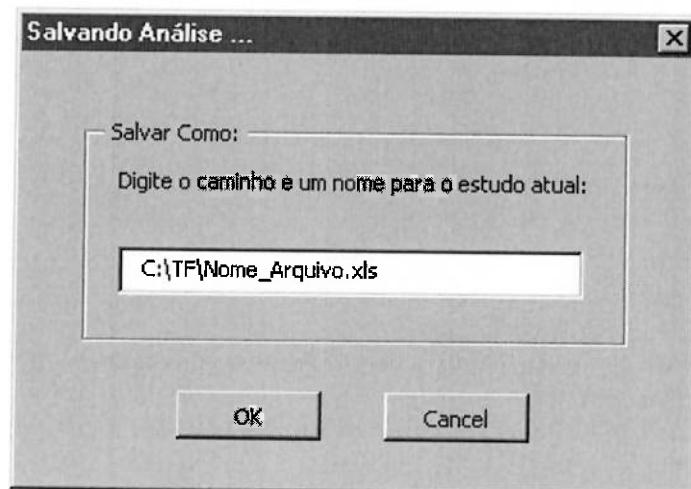
Private Sub Botao\_Cancel\_Click()

\*\*\* Cancelando simulação

Tela\_Sim\_Torcional.Hide

End Sub \*\*\* Fim do Botao Cancel

## 9.18 Tela\_Salvar



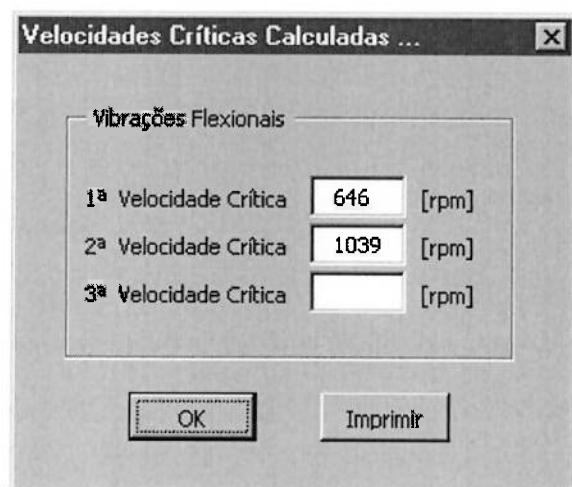
## **Botao OK**

```
Private Sub Botao_OK_Click()
    Sheets("Principal").Select
    *** Salvando arquivo
    ActiveWorkbook.SaveAs FileName:=Tela_Salvar.Nome_Arquivo.Text
    With ActiveWindow
        .DisplayHorizontalScrollBar = True *** Habilitando Barra de Rolagem Horizontal
        .DisplayVerticalScrollBar = True *** Habilitando Barra de Rolagem Vertical
        .DisplayWorkbookTabs = True      *** Habilitando Guias de Planilha
    End With
    ActiveWindow.Close savechanges:=False *** Encerrando Sessão
End Sub *** Fim do Botao OK
```

## **Botao Cancel**

```
Private Sub Botao_Cancel_Click()
    Tela_Salvar.Hide *** Encerrando Formulário
    Tela_Principal.Show *** Reabrindo Formulário Principal
End Sub *** Fim do Botao Cancel
```

## 9.19 Tela\_Resultsdos



## **Botao OK**

```
Private Sub Botao_OK_Click()
```

```
    Tela_Resultados.Hide
```

```
End Sub *** Fim do Botao OK
```

## **Botao Imprimir**

```
Private Sub Botao_Imprimir_Click()
```

```
If (Tela_Resultados.Vibração_Frame.Caption = "Vibrações Flexionais") Then
```

```
    Worksheets("Modos_Vibrar_Flex").Range("B5").Value = Tela_Resultados.Crit_1.Value  
    Worksheets("Modos_Vibrar_Flex").Range("B6").Value = Tela_Resultados.Crit_2.Value  
    Worksheets("Modos_Vibrar_Flex").Range("B7").Value = Tela_Resultados.Crit_3.Value
```

```
'Modos_Vibrar
```

```
End If
```

```
If (Tela_Resultados.Vibração_Frame.Caption = "Vibrações Torcionais") Then
```

```
    Worksheets("Modos_Vibrar_Torc").Range("B5").Value = Tela_Resultados.Crit_1.Value  
    Worksheets("Modos_Vibrar_Torc").Range("B6").Value = Tela_Resultados.Crit_2.Value  
    Worksheets("Modos_Vibrar_Torc").Range("B7").Value = Tela_Resultados.Crit_3.Value
```

```
End If
```

```
End Sub *** Fim do Botao Imprimir
```

## **10. Considerações finais**

Após todos os estudos feitos, percebemos que a vibração em eixos de Turbinas Hidráulicas é um assunto extremamente complexo, pela quantidade de fatores que influenciam as velocidades críticas dos mesmos.

Pode-se citar como um exemplo desses fatores a flexibilidade dos mancais, que muda de acordo com a velocidade do eixo e por isso não é trivial de se calcular. Para nosso estudo adotamos valores que são utilizados na prática.

Outro fator que não foi abordado no nosso estudo mas que pode influenciar de maneira mais direta nas velocidades críticas é o efeito da força cortante, já que a mesma possui uma influência maior em velocidades maiores.

Em nossa variação de parâmetros notamos que devemos analisar caso a caso os fatores que mais influenciam na alteração das velocidades críticas, em que pese o fato de termos analisado apenas três obras.

A comparação entre o programa desenvolvido neste trabalho de Formatura com os dados oficiais calculados com o programa da empresa, revelou um bom resultado para a primeira crítica, tanto flexional como torcional. Já para a segunda crítica os resultados apresentaram uma diferença considerável, o que nos leva a acreditar que a formulação utilizada pelo programa da empresa é diferente da nossa, talvez considerando alguns fatores de maneira diferente das consideradas em nosso programa. Como não temos acesso ao código computacional do programa, não podemos afirmar o motivo de tal discrepância.

Acreditamos que todo este estudo foi de grande valia para o nosso crescimento acadêmico e profissional, já que pudemos analisar e enfrentar as dificuldades de se modelar

algo tão complexo como um eixo de turbina. Além disso tivemos a oportunidade de aprender um linguagem de progamação tão importante nos nossos dias que é o *Visual Basic*.

## 11. Bibliografia

- Lalanne, M. **Rotordynamics- Prediction in Engineering** , 1990
- Hartog, V.P.D **Vibrações nos sistemas mecânicos** , 1972
- Almeida, M. T. **Vibrações mecânicas para engenheiros** , 1987
- Genta, G. **Vibration of Structures and machines practical aspects** ,1993
- Rao, J. S. **Rotor Dynamics**, 1983
- Apostila PMC 475 (**Metodologia de Projeto**), EPUSP, 1999